

Huiswerkopgave 3 Formele Talen en Berekenbaarheid, najaar 2025

Gepubliceerd, donderdag 6 november 2025.

Uiterste inleverdatum: vrijdag 21 november 2025, 23.59 uur.

Bij elke opgave staat vermeld hoeveel punten er ongeveer met die opgave te verdienen zijn. In totaal zijn er 100 punten te verdienen.

De opgave moet individueel gemaakt worden. Antwoorden in te leveren via Brightspace. Lever één bestand (eventueel een zip) in. Vermeld in je inzending ook je naam en studentnummer. Je mag je antwoorden zowel intypen als handmatig schrijven. Lever in het laatste geval een goed leesbare scan / goed leesbare foto's in.

1. [30 pt] Laat $L = \{a^i b^j c^k \mid j > i + k\}$. Beschouw de volgende vier context-vrije grammatica's:

- (a) G_1 heeft startvariabele S en de volgende producties:

$$S \rightarrow A \mid C \mid AC \quad A \rightarrow aAb \mid Ab \mid b \quad C \rightarrow bCc \mid bC \mid b$$

- (b) G_2 heeft startvariabele S en de volgende producties:

$$S \rightarrow ABC \quad A \rightarrow aAb \mid \Lambda \quad B \rightarrow bB \mid \Lambda \quad C \rightarrow bCc \mid \Lambda$$

- (c) G_3 heeft startvariabele S en de volgende producties:

$$S \rightarrow ABC \mid AB \mid BC \mid B \quad A \rightarrow aAb \mid ab \quad B \rightarrow bB \mid b \quad C \rightarrow bCc \mid bc$$

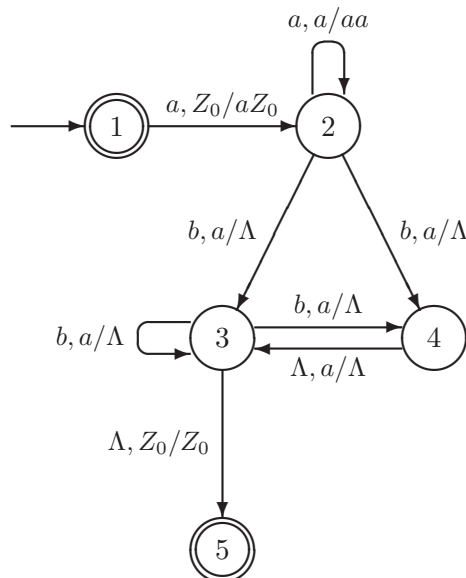
- (d) G_4 heeft startvariabele S en de volgende producties:

$$S \rightarrow AB \mid BC \quad A \rightarrow aAb \mid \Lambda \quad B \rightarrow bB \mid b \mid BC \quad C \rightarrow bCc \mid \Lambda$$

Beantwoord voor elk van deze vier grammatica's G_i de volgende drie vragen:

- (i) Is $L \subseteq L(G_i)$? Zo ja, dan hoeft je dat niet toe te lichten. Zo nee, geef een string $x \in L$, zó dat $x \notin L(G_i)$ en beredeneer waarom $x \notin L(G_i)$.
- (ii) Is $L(G_i) \subseteq L$? Zo ja, dan hoeft je dat niet toe te lichten. Zo nee, geef een string $x \in L(G_i)$, zó dat $x \notin L$ en geef een afleiding van x in G_i .
- (ii) Is G_i ondubbelzinnig ? Zo ja, dan hoeft je dat niet toe te lichten. Zo nee, geef een string $x \in L(G_i)$ en twee verschillende afleidingsbomen voor x in G_i .

2. [15 pt] Beschouw onderstaande stapelautomaat M :



Wat is $L(M)$? Dat wil zeggen: welke strings worden er door M geaccepteerd? Motiveer je antwoord.

3. [30 pt] Laat

$$L = \{x \in \{a, b\}^* \mid \text{het aantal voorkomens van } bb \text{ in } x \\ \text{is gelijk aan het aantal voorkomens van } baa \text{ in } x\}$$

Merk op dat voorkomens van de substring bb met elkaar kunnen overlappen, en dat een voorkomen van bb ook kan overlappen met een voorkomen van baa . Bijvoorbeeld, $baabaabbb \in L$ (want twee voorkomens van beide substrings) en $bbaa \in L$ (want één voorkomen van beide substrings).

- (a) Teken een stapelautomaat M , zó dat $L(M) = L$. Probeer ervoor te zorgen dat M deterministisch is en geen Λ -transities kent. Als dat niet lukt, dan kun je nog wel het grootste deel van de punten voor dit onderdeel verdienen.
- (b) Leg uit hoe M zijn toestanden en stapel gebruikt om precies de juiste taal te accepteren.
4. [25 pt] Laat G een context-vrije grammatica zijn met startvariabele S en de volgende producties:
 $S \rightarrow aSbb \mid aTb \quad T \rightarrow aT \mid \Lambda$

- (a) Teken de niet-deterministische bottom-up stapelautomaat $NB(G)$.
- (b) Voer een succesvolle berekening uit in $NB(G)$ voor invoer $x = aaabbb$, dat wil zeggen: een berekening die leidt tot acceptatie van x . Geef je antwoord in de vorm van een tabel met de volgende kolommen:

toestand	stapel (omgekeerd)	resterende invoer	actie
q_0	Z_0	$aaabbb$	...
...	...	...	...

(zie voor een voorbeeld de slides van college 9). Zoals gebruikelijk is q_0 hier de starttoestand en Z_0 het initiële stapel symbool van $NB(G)$.

In de tabel mag je een reductie in één stap uitvoeren, ook al vereist het eigenlijk een reeks van transities in $NB(G)$.

Hint: Om steeds de juiste actie te kiezen kun je gebruik maken van de volgende afleidingsboom van x in G :

