

Huiswerkopgave 1 Formele Talen en Berekenbaarheid, najaar 2026

Deels gepubliceerd, vrijdag 25 september 2026.

Uiterste inleverdatum: vrijdag 9 oktober 2026, 23.59 uur.

Bij elke opgave staat vermeld hoeveel punten er ongeveer met die opgave te verdienen zijn. In totaal zijn er 100 punten te verdienen.

De opgave moet individueel gemaakt worden. Antwoorden in te leveren via Brightspace. Lever één bestand (eventueel een zip) in. Vermeld in je inzending ook je naam en studentnummer. Je mag je antwoorden zowel intypen als handmatig schrijven. Lever in het laatste geval een goed leesbare scan / goed leesbare foto's in.

1. [35 pt] Laat $L = \{a^i b^j c^k \mid j > i + k + 2\}$. We gaan nu kijken naar het complement L' van L :

$$L' = \{a^i b^j c^k \mid j \leq i + k + 2\} \cup \{x \in \{a, b, c\}^* \mid x \text{ is niet van de vorm } a^i b^j c^k\}$$

Enkele elementen van L' zijn Λ ($a^i b^j c^k$ met $i = j = k = 0$), $abbbbcc$ ($i = 1, j = 5, k = 2$) en $abac$ (want niet van de vorm $a^i b^j c^k$).

Geef een context-vrije grammatica G , zó dat $L(G) = L'$. Leg ook uit waarom G precies de taal L' genereert.

Probeer ervoor te zorgen dat G ondubbelzinnig is. Als dat niet lukt, kun je nog wel de helft van de punten verdienen.

Hint: bedenk dat $\{x \in \{a, b, c\}^ \mid x \text{ is niet van de vorm } a^i b^j c^k\}$ (het tweede deel van de taal L') regulier is.*

2. [35 pt] Laat G een context-vrije grammatica zijn met startvariabele S en de volgende producties:

$$S \rightarrow aS \mid bA \mid \Lambda \quad A \rightarrow aS \mid bAA$$

- (a) Het is niet zo moeilijk in te zien (maar bij onderdeel (b) gaan we het bewijzen) dat als $x \in L(G)$, dat dan $n_a(x) \geq n_b(x)$. Het is echter niet zo dat elke string $x \in \{a, b\}^*$ met die eigenschap in $L(G)$ zit.

Geef een voorbeeld van een string $x \in \{a, b\}^*$ met $n_a(x) \geq n_b(x)$ die niet in $L(G)$ zit. Bereken ook dat er voor deze string x geen afleiding $S \Rightarrow^* x$ bestaat.

- (b) Laat $x \in \{a, b\}^*$. Toon aan, met behulp van inductie naar de lengte (het aantal stappen) van de afleiding, dat geldt:

- Als $S \Rightarrow^* x$, dan is $n_a(x) \geq n_b(x)$.
- Als $A \Rightarrow^* x$, dan is $n_a(x) \geq n_b(x) + 1$.

De variabelen S en A hebben allebei een productie met de ander in de rechter kant. Daarom moet je in je inductiebewijs de beide beweringen (die over S en die over A) tegelijk bewijzen.

3. [30 pt] Deze opgave wordt nog toegevoegd op 28 of 29 september 2026.