

HERTENTAMEN FUNDAMENTELE INFORMATICA 1 (I&E)

Dinsdag 14 mei 2013, 10.00 - 13.00 uur

Dit tentamen bestaat uit 7 opgaven. waarbij steeds tussen [en] staat hoeveel punten er ongeveer mee te verdienen zijn. In totaal zijn er 100 punten te verdienen.

Als je het antwoord op een onderdeel niet weet, en je hebt dat antwoord nodig bij een later onderdeel, dan kun je het antwoord ‘kopen’ bij de docent.

Geef gevraagde eindige automaten en stapelautomaten door middel van hun transitiediagram (het plaatje dus).

Als er bij een opgave gevraagd wordt om uitleg bij je antwoord, is het belangrijk dat je die ook geeft.

1. [6 pt] Bestaan er eindige talen L_1 , L_2 en L_3 , zó dat

$$(L_1 \cup L_2^*)L_3 \subseteq L_2L_3$$

Zo ja, geef een voorbeeld van eindige talen L_1 , L_2 en L_3 waarvoor dit het geval is. Wat is $(L_1 \cup L_2^*)L_3$ in dit geval? Zo nee, waarom niet?

2. [11 pt]

- (a) Geef een reguliere expressie die overeenkomt met de taal

$$L = \{x \in \{a, b\}^* \mid n_a(x) = 2 \text{ en } n_b(x) \text{ is even}\}$$

Beredeneer dat je expressie inderdaad precies met L overeenkomt.

- (b) Geef een eindige automaat M zó dat $L(M) = L$.
-

3. [12 pt] Het pomplemma voor reguliere talen luidt als volgt:

Stel L is een taal over het alfabet Σ .

Als L geaccepteerd wordt door een eindige automaat $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$,

en als n het aantal toestanden van M is,

dan zijn er voor elke $x \in L$ met $|x| \geq n$ drie strings u , v en w

zó dat $x = uvw$ en de volgende drie beweringen waar zijn:

1. $|uv| \leq n$.
2. $|v| > 0$ (dwz: $v \neq \Lambda$).
3. Voor elke $i \geq 0$ zit ook de string $uv^i w$ in L .

Gebruik dit pomplemma om aan te tonen dat de taal

$$L_0 = \{a^j b^k c^l \mid j, k, l \geq 1 \text{ en } j + k > l\}$$

niet door een eindige automaat geaccepteerd kan worden.

Ofwel: veronderstel dat L_0 wél door een eindige automaat geaccepteerd kan worden, kies dan een geschikt woord $x \in L_0$ en toon aan dat x niet opgepompt en/of weggepompt kan worden. Vergeet ook niet om de conclusie te trekken.

4. [18 pt] Een reguliere grammatica is een context-vrije grammatica $G = (V, \Sigma, S, P)$ waarvoor iedere productie in P een van de volgende twee vormen heeft: $X \rightarrow \sigma Y$ of $X \rightarrow \Lambda$, met $X, Y \in V$ en $\sigma \in \Sigma$.

- (a) Leg uit hoe je in het algemeen bij een reguliere grammatica $G = (V, \Sigma, S, P)$ een (deterministische of niet-deterministische) eindige automaat $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$ kunt construeren, zó dat $L(G) = L(M)$.
- (b) Is het resultaat M van de constructie uit onderdeel (a) altijd een (deterministische) eindige automaat, is M nooit een (deterministische) eindige automaat, of soms wel of soms niet. Motiveer je antwoord.
- (c) Pas de constructie van het onderdeel (a) toe op de reguliere grammatica $G = (V, \Sigma, S, P)$ met $\Sigma = \{a, b\}$ en producties

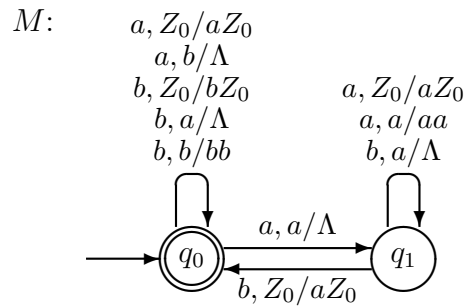
$$\begin{array}{l} S \rightarrow aB \mid bD \quad B \rightarrow aC \mid bC \mid \Lambda \quad C \rightarrow aC \mid bC \\ D \rightarrow aE \mid bD \quad E \rightarrow aF \mid bD \quad F \rightarrow aF \mid bD \mid \Lambda \end{array}$$

5. [25 pt] Laat

$$L_0 = \{a^j b^k c^l \mid j, k, l \geq 1 \text{ en } j + k > l\}$$

- (a) Geef een context-vrije grammatica G zó dat $L(G) = L_0$. Leg uit wat de functie is van de diverse variabelen in G .
- (b) Geef een afleiding van de string $x = aaabbc$ in je antwoord G voor onderdeel (a).
- (c) Geef een stapelautomaat M zó dat $L(M) = L_0$.
 Probeer er voor te zorgen dat M deterministisch is, geen Λ -transities kent, en zo weinig mogelijk toestanden heeft. Lukt dit niet, dan kun je nog wel een deel van de punten verdienen.

6. [13 pt] Beschouw onderstaande stapelautomaat M .



- (a) Wat zijn de eerste zeven elementen in de canonieke volgorde van de taal $L(M)$? Geef deze zeven elementen ook in de canonieke volgorde.
- (b) Wat is $L(M)$? Motiveer je antwoord, door uit te leggen hoe M met strings van verschillende vormen omgaat.

7. [15 pt] Geef een unrestricted grammatica G voor de taal

$$L = \{a^n b^{2n} a^n \mid n \geq 0\}$$

Leg uit wat de functie is van de diverse variabelen in G .