

# Huiswerkgave Computability, voorjaar 2025

Gepubliceerd, dinsdag 18 februari 2025.

Voor deze huiswerkgave is maximaal 0,4pt te verdienen.

Uiterste inleverdatum voor 0,4pt: dinsdag 4 maart 2025, 23.59 uur.

Uiterste inleverdatum voor 0,2pt: dinsdag 18 maart 2025, 23.59 uur.

Antwoorden in te leveren digitaal via Brightspace of eventueel op papier bij Rudy van Vliet (niet beide, en ook niet via email). Als je via Brightspace inlevert, en je tekent de Turingmachines met de hand, neem dan **goed leesbare** scans/foto's op in je inzending. Als je inzending in dat geval uit meerdere bestanden bestaat, voeg die dan samen in één zip-bestand.

Laat

$$L = \{a, abaa, abaabaaa, abaabaaabaaaa, \dots\}$$

Ofwel, een string  $x \in L$  bestaat uit één of meerdere reeksen  $a$ 's gescheiden door steeds een  $b$ , waarbij de eerste reeks maar één  $a$  kent, en elke volgende reeks  $a$ 's één  $a$  langer is. Je kunt ook zeggen dat een string  $x \in L$  van de vorm  $a^1ba^2ba^3b \dots a^k$  is, met  $k \geq 1$ . Zo'n string heeft dus lengte  $(1 + 2 + 3 + \dots + k) + (k - 1)$  (eerst de  $a$ 's geteld, dan de  $b$ 's), wat neerkomt op  $\frac{1}{2}k(k + 1) + k - 1$ .

- (a) Teken een gewone (deterministische, 1-tape) Turingmachine  $T_1$  met invoeralfabet  $\{a, b\}$ , zó dat  $L(T_1) = L$ .

Leg ook duidelijk uit hoe  $T_1$  werkt.

Als je voor  $T_1$  gebruik wilt maken van componenten, dan moet je die componenten ook tekenen.

- (b) Om een string  $x = a^1ba^2ba^3b \dots a^k$  met  $k \geq 1$  te accepteren, zal een 1-tape Turingmachine al gauw een aantal stappen nodig hebben dat kubisch is in  $k$ , ofwel meer dan lineair in de lengte van  $x$ .

Teken een 2-tapes Turingmachine  $T_2$  met invoeralfabet  $\{a, b\}$ , zó dat  $L(T_2) = L$ , en zó dat  $T_2$  een string  $x \in L$  kan accepteren in een aantal stappen dat lineair is in de lengte van  $x$ . Onder een stap verstaan we het (één maal) volgen van één transitie.

Leg ook duidelijk uit hoe  $T_2$  werkt. Het is mogelijk dat deze uitleg op onderdelen overeenkomt met je uitleg bij (a), maar dat geeft niet.

Als je voor  $T_2$  gebruik wilt maken van componenten, dan moeten dat 2-tapes componenten zijn, en moet je die componenten ook tekenen.

N.B.: Als  $T_2$  een aantal stappen vereist dat meer dan lineair is in de lengte van zijn invoer, krijg je 0 punten voor dit onderdeel.

- (c) Laat  $x = a^1ba^2ba^3b \dots a^k$  voor zekere  $k \geq 1$ . Hoeveel stappen voert je Turingmachine  $T_2$  uit onderdeel (b) uit voor het accepteren van  $x$ ? Druk dit aantal stappen uit als functie van  $k$ .

Laat duidelijk zien hoe je aan je antwoord komt.