

Huiswerkgave Computability, voorjaar 2024

Gepubliceerd, vrijdag 23 februari 2024.

Voor deze huiswerkgave is maximaal 0,4pt te verdienen.

Uiterste inleverdatum voor 0,4pt: vrijdag 8 maart 2024, 23.59 uur.

Uiterste inleverdatum voor 0,2pt: vrijdag 22 maart 2024, 23.59 uur.

Antwoorden in te leveren digitaal via Brightspace of eventueel op papier bij Rudy van Vliet (niet beide, en ook niet via email). Als je via Brightspace inlevert, en je tekent de Turingmachines met de hand, neem dan **goed leesbare** scans/foto's op in je inzending. Als je inzending in dat geval uit meerdere bestanden bestaat, voeg die dan samen in één zip-bestand.

In deze huiswerkgave gaan we sommen van gehele getallen berekenen. We gebruiken voor deze getallen de volgende variant van de unaire representatie:

- Als $n \geq 0$ is, representeren we n als 1^n , d.w.z.: een string van n 1'en. Het getal 7 representeren we bijvoorbeeld als 1111111.
- Als $n < 0$ is, representeren we n als 2^{-n} , d.w.z.: een string van $-n$ 2'en. Het getal -7 representeren we bijvoorbeeld als 2222222.

In onderdelen (a) en (c) van deze opgave wordt gevraagd om een Turingmachine T_1 , respectievelijk T_2 te tekenen. Het gaat dan om gewone, deterministische, 1-tape Turingmachines.

Je mag voor deze Turingmachines gebruik maken van de componenten *NB*, *PB*, *Delete* en *Insert(σ)*, zoals die in Paragraaf 7.4 van het boek worden beschreven. Voor T_2 mag je ook gebruik maken van T_1 als component. Andere componenten mag je alleen gebruiken als je ze zelf ook tekent.

Wellicht ten overvloede:

- *NB* verplaatst de leeskop naar de eerste Δ rechts van de huidige positie,
- *PB* verplaatst de leeskop (zo mogelijk) naar de eerste Δ links van de huidige positie,
- *Delete* verandert de tape-inhoud van $y\sigma z$ in $y\underline{z}$ (waarbij z geen Δ bevat),
- *Insert(σ)* verandert de tape-inhoud van $y\underline{z}$ in $y\sigma z$ (waarbij z geen Δ bevat).

(a) Laat $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ gedefinieerd zijn door: $f(m, n) = m + n$.

Teken een Turingmachine T_1 die de functie f berekent.

Leg ook duidelijk uit hoe T_1 werkt.

(b) Geef de eerste zeven stappen (van configuratie naar configuratie) van de berekening van T_1 voor de invoer (2,-1). Als je bij deze eerste zeven stappen al een component gebruikt, vat het doorlopen van die component dan op als één stap.

(c) Laat $k \geq 0$, en laat n_1, n_2, \dots, n_k gehele getallen zijn die allemaal **ongelijk aan 0** zijn (daar mag je vanuit gaan).

Teken een Turingmachine T_2 die de som $n_1 + n_2 + \dots + n_k$ berekent. Dat wil zeggen: T_2 begint met $\Delta n_1 \Delta n_2 \Delta \dots \Delta n_k$ op de tape en de leeskop op vakje 0, en eindigt in de configuratie $h_a \Delta s$, waarbij $s = n_1 + n_2 + \dots + n_k$.

Als je voor T_2 gebruik maakt van T_1 als component, en je T_1 daarvoor iets moet aanpassen, beschrijf de benodigde aanpassing dan precies.

Leg ook duidelijk uit hoe T_2 werkt.

Hint: Bedenk dat $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n_1 + (n_2 + (\dots + (n_{k-1} + n_k)))$