

Huiswerkgave 4 Automata Theory, najaar 2021

Gepubliceerd, donderdag 2 december 2021.

Uiterste inleverdatum: donderdag 16 december 2021, 23.59 uur.

De opgave moet individueel gemaakt worden. Antwoorden in te leveren via Brightspace. Lever één bestand (eventueel een zip) in. Vermeld in je inzending ook je naam en studentnummer. Je mag je antwoorden zowel intypen als handmatig schrijven. Lever in het laatste geval een goed leesbare scan / goed leesbare foto's in.

1. Bij deze opgave wordt je gevraagd om voor een taal een stapelautomaat te tekenen. Deze stapelautomaat moet rechtstreeks gebaseerd zijn op eigenschappen van de betreffende taal. Je krijgt geen punten als je eerst een context-vrije grammatica bedenkt en dan een van de twee standaardconstructies gebruikt om daar een stapelautomaat bij te construeren.

Kies een van de hierna volgende talen L_1 en L_2 . Als je voor onderdeel L_2 kiest, verlies je 5 punten van de 100 voor deze huiswerkgave. Voor die taal lijkt deze opgave namelijk iets gemakkelijker dan voor L_1 .¹

$$\begin{aligned} L_1 &= \{x \in \{a, b\}^* \mid \\ &\quad x \text{ bevat evenveel voorkomens van de substring } ba \text{ als van de substring } aa\} \\ L_2 &= \{x \in \{a, b\}^* \mid x = a^i(ba)^j a^k \text{ met } i, j, k \geq 0 \\ &\quad \text{en } x \text{ bevat evenveel voorkomens van de substring } ba \text{ als van de substring } aa\} \end{aligned}$$

We eisen bij L_1 geen bepaalde volgorde voor de voorkomens van de substring ba en de substring aa . Bij L_2 doen we dat wel. Een string $x \in L_2$ moet aan alle vermelde eisen voldoen. Merk op dat voorkomens kunnen overlappen. Bijvoorbeeld $x = aaa$ bevat twee voorkomens van de substring aa .

- (a) Teken een stapelautomaat M , zó dat $L(M)$ gelijk is aan de gekozen taal L_1 of L_2 .
Probeer ervoor te zorgen dat M deterministisch is en geen Λ -transities bevat. Als dit niet lukt, kun je nog wel het grootste deel van de punten verdienen.
- (b) Leg uit hoe M gebruikmaakt van de verschillende toestanden en/of stapelsymbolen om precies de gekozen taal te accepteren.

2. Laat L een willekeurige taal zijn, over een alfabet Σ waarin het symbool $\#$ niet voorkomt. We definiëren de taal $pre(L)$ als volgt:

$$pre(L) = \{x\#y \mid x \in L \text{ en } xy \in L\}$$

(zie Opgave 5.20 uit het boek en hoorcollege 11).

Bepaal nu $pre(L_2)$ voor de taal L_2 uit opgave 1 hierboven. Beschrijf in je antwoord concreet wat de elementen van $pre(L_2)$ zijn, in termen van a , ba , i , j en k . Het is dus niet de bedoeling om in je beschrijving iets te eisen als:

x bevat evenveel voorkomens van de substring ba als van de substring aa .

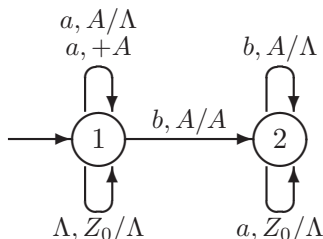
3. Laat G de context-vrije grammatica zijn met startvariabele S en de volgende producties:

$$S \rightarrow aaSb \mid T \quad T \rightarrow aTb \mid \Lambda$$

Teken de niet-deterministische top-down stapelautomaat $NT(G)$.

¹Als je beide talen kiest, wordt alleen je antwoord voor L_1 nagekeken.

4. Laat M_1 de volgende PDA zijn (met initieel stapelsymbool Z_0):



- (a) Wat is de lege-stapel-taal $L_e(M_1)$? Beschrijf in je antwoord concreet wat de elementen van $L_e(M_1)$ zijn, in termen van aantallen en volgorde van a 's en b 's. Dit mag met een formule en/of met woorden, maar in ieder geval duidelijk en volledig.
 Motiveer je antwoord ook: waarom zijn dit precies de/alle elementen van $L_e(M_1)$.
- (b) Vóór en in Stelling 5.29 in het boek wordt een constructie beschreven om voor een willekeurige stapelautomaat M een contextvrije grammatica G te krijgen, zó dat $L(G) = L_e(M)$.
 Pas deze constructie toe op stapelautomaat M_1 . Dat wil zeggen: geef alle variabelen in de resulterende grammatica met al hun producties. Geef ook variabelen en producties (die uit de constructie volgen) die niet *useful* zijn, d.w.z.: niet nuttig om een element $x \in L_e(M)$ af te leiden.
 Het is toegestaan om in je beschrijving van de variabelen en producties gebruik te maken van algemene toestanden p, q, \dots en stapelsymbolen X, Y, \dots . Geef dan wel expliciet aan wat de mogelijkheden zijn voor p, q, \dots , respectievelijk X, Y, \dots .
- (c) Welke variabelen in je antwoord bij (b) zijn niet *useful*? Motiveer je antwoord. (Je hoeft niet te motiveren dat de andere variabelen wel *useful* zijn.)
- (d) Geef een linkspreferente afleiding in de grammatica van onderdeel (b) voor de string $x = aaaabba$.