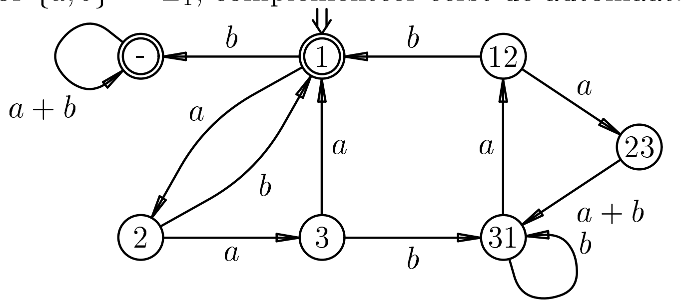
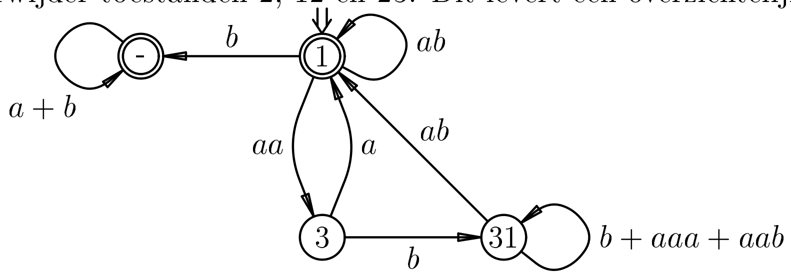
1) **a** Expressie voor L: $(ab + aab^*(a+b))^*(a + aab^*)$

Voor $\{a,b\}^* - L_1$; complementeer eerst de automaat:



Verwijder toestanden 2, 12 en 23. Dit levert een overzichtelijker geheel:



Dan nog enig knutselwerk:
$(ab + aaa + aab(b + aaa + aab)^*ab)^*(\lambda + b(a+b)^*)$

b $L(\mathcal{A}) = L(\phi_{\mathcal{A}})$, waarbij $\phi_{\mathcal{A}}$ de berekeningen van $\mathcal{A}$ specificeert:

$$
\begin{array}{lll}
\phi_{\mathcal{A}} = & (\exists X_1)(\exists X_2)(\exists X_3) & \\
 & [\ \ (\forall i)(\ i \in X_1 \vee i \in X_2 \vee i \in X_3\ ) & \text{partitie} \\
 & \wedge\ (\forall i)(\ (i \notin X_1 \vee i \notin X_2) \wedge (i \notin X_2 \vee i \notin X_3) & \\
 & \qquad \wedge\ (i \notin X_3 \vee i \notin X_1)\ ) & \\
 & \wedge\ (\forall i)(\ \text{first}(i) \to (a(i) \wedge i \in X_2)\ ) & \text{eerste stap: } (1,a,2) \\
 & \wedge\ (\forall i)(\forall j)(\ \text{next}(i,j) \to & \text{transities:} \\
 & \qquad\quad (i \in X_1 \wedge a(j) \wedge j \in X_2) & \qquad (1,a,2) \\
 & \qquad \vee\ (i \in X_2 \wedge a(j) \wedge j \in X_1) & \qquad (2,a,3) \\
 & \qquad \vee\ (i \in X_3 \wedge a(j) \wedge j \in X_3) & \qquad (3,a,1) \\
 & \qquad \vee\ (i \in X_2 \wedge b(j) \wedge j \in X_1) & \qquad (2,b,1) \\
 & \qquad \vee\ (i \in X_3 \wedge b(j) \wedge j \in X_3) & \qquad (3,b,3) \\
 & \qquad \vee\ (i \in X_3 \wedge b(j) \wedge j \in X_1) & \qquad (3,b,1) \\
 & \qquad\qquad) & \\
 & \wedge\ (\forall i)(\ \text{last}(i) \to (i \in X_2) \vee (i \in X_3)\ ) & \text{eindtoestand} \\
 & \wedge\ (\exists i)(\ i \in X_1 \vee i \in X_2 \vee i \in X_3\ ) & \lambda \notin L(\mathcal{A}) \\
 &] &
\end{array}
$$

$\{a,b\}^* - L(\mathcal{A}) = L(\neg\phi_{\mathcal{A}})$.

2) **b** Laat n de constante uit het pomplemma zijn, en kies $z = a^nba^n$. Dan $z \in L_2$ (nl. met $u = w = \lambda$, $v = a^n$– dit zijn uvw uit de opgave, niet die uit het pomplemma!).

Binnen het eerste segment van n letters van z moet gepompt kunnen worden, schrijf dus $z = uvw$, met $|uv| \leq n$ en $v \neq \lambda$. Vanwege de lengte moet $v \in a^*$. Bekijk uv^0w. Dit woord is van de vorm a^mba^n met $m < n$ maar zit niet in de taal. Het woord z kan niet gepompt worden, L_2 is niet representeerbaar.

c $S \to MT$, $S \to T$
$T \to aTa$, $T \to bM$ $T \to b$ $(T \Rightarrow^* vbMv,\ T \Rightarrow^* vbv,\ v \in a^*)$
$M \to aM$, $M \to bM$, $M \to b$ $(M \Rightarrow^* w,\ w \in \{a,b\}^* b)$
Vgl. Opgave 4.1(e) uit de bundel.

3) **a** Substitueer producties voor S in $A \to S$:
$S \to AbAS$, $S \to b$,
$A \to aSb$, $A \to AbAS$, $A \to b$.
Verwijder links-recursie voor A:
$S \to AbAS$, $S \to b$,
$A \to b$, $A \to aSb$, $A \to bX$, $A \to aSbX$, $X \to bASX$, $X \to bAS$
Substitueer de A-producties terug in $S \to AbAS$:
$S \to bbAS$, $S \to aSbbAS$, $S \to bXbAS$, $S \to aSbXbAS$, $S \to b$,
$A \to b$, $A \to aSb$, $A \to bX$, $A \to aSbX$, $X \to bASX$, $X \to bAS$.
Bijna Greibach, op sommige b's na:
$S \to bBAS$, $S \to aSBBAS$, $S \to bXBAS$, $S \to aSBXBAS$, $S \to b$,
$A \to b$, $A \to aSB$, $A \to bX$, $A \to aSBX$, $X \to bASX$, $X \to bAS$,
$B \to b$.

b Haal terminalen van de verkeerde plekken af:
$S \to ABAS$, $S \to b$, $A \to aSB$, $A \to S$, $B \to b$.
De automaat heeft één toestand p, initieel stapelsymbool S, en vijf instructies. Acceptatie met lege stapel.
$(p, \lambda, S, p, ABAS)$, (p, b, S, p, λ)
(p, a, A, p, SB), (p, λ, A, p, S), (p, b, B, p, λ)

4) Genereer a's en c's, en laat deze elkaar 'passeren'. Elke passage genereert een b.
$S \to LR$,
$L \to LC$, $L \to \$C$, $R \to AR$, $R \to A\$$,
$CA \to AbC$,
$Cb \to bC$, $Cc \to cc$, $C\$ \to c\$$,
$bA \to Ab$, $aA \to aa$, $\$A \to \$a$.
bv. $2 \cdot 2 = 4$:
$S \Rightarrow LR \Rightarrow LAR \Rightarrow LAA\$ \Rightarrow LCAA\$ \Rightarrow LAbCA\$ \Rightarrow \$CAbCA\$ \Rightarrow \$AbCbCA\$ \Rightarrow \$AbbCCA\$ \Rightarrow \$abbCCA\$ \Rightarrow \$abbCAbC\$ \Rightarrow \$abbCAbc\$ \Rightarrow \$abbAbCbc\$ \Rightarrow \$abAbbCbc\$ \Rightarrow \$abAbbbCc\$ \Rightarrow \$aAbbbbCc\$ \Rightarrow \$aabbbbCc\$ \Rightarrow \$aabbbbcc\$$

5) Niet veel werk, maar wel eerst goed lezen.

a Er geldt $\langle W \rangle = \{a,b\}^* - \{a,b\}^* W \{a,b\}^*$. Aangezien W eindig is, is $\langle W \rangle$ het complement van een reguliere taal, dus representeerbaar.

b de Morgan: $\langle W_1 \rangle \cap \langle W_2 \rangle = \langle W_1 \cup W_2 \rangle$. Als W_1 en W_2 eindig zijn, is hun vereniging dat ook.

c Stel $x \in \langle W \rangle$, dwz. x heeft geen subwoord uit W. Als y een prefix van x is, dan mag y ook geen subwoord van W bevatten, dus $y \in \langle W \rangle$.

d Nee, $a^*b \in \mathsf{REG}$, maar a^*b is niet prefix-gesloten. Zie nu **c**.

RUL, hjh, 6.6.97 (verbeterd 9.6.97)