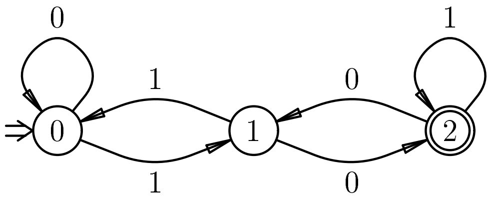
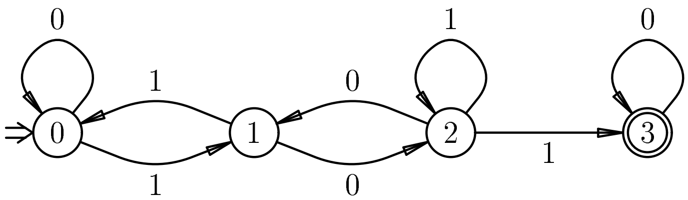
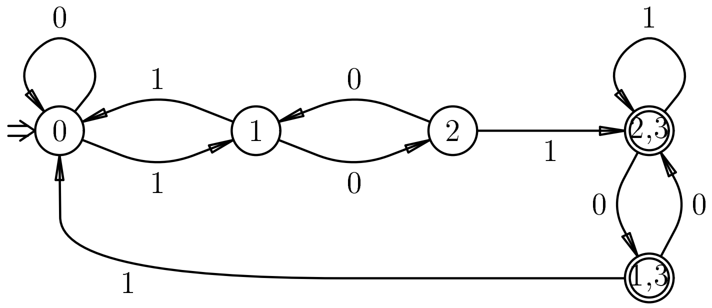
1) **a** Er geldt $\overline{x \cdot 0} = 2 \cdot \overline{x}$ en $\overline{x \cdot 1} = 2 \cdot \overline{x} + 1$; natuurlijk ook modulo 3. Dit levert de transities voor een automaat, waarbij de toestanden de klassen modulo 3 zijn.

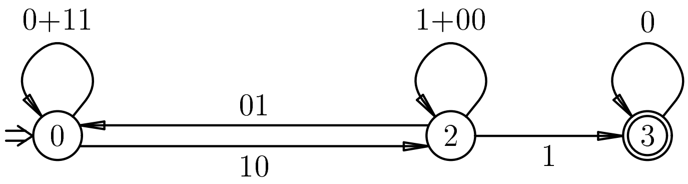


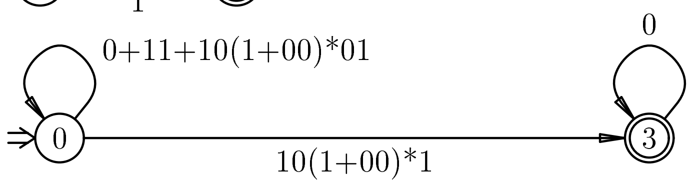
We krijgen een niet-deterministische automaat voor K door in toestand '2' te gokken welke letter 1 de laatste uit M zal zijn (omdat we alleen met laatste letter 1 mogen accepteren). Tenslotte concateneren we met 0^*. De automaten, eerst naturel, dan deterministisch gemaakt:





b Voor het gemak gaan we uit van de niet-deterministische automaat. Verwijder achtereenvolgens toestand '1' en toestand '2':





De automaat is nu simpel genoeg geworden om het resultaat af te kunnen lezen.
$(0 + 11 + 10(1 + 00)^*01)^*\ 10(1 + 00)^*1\ 0^*$

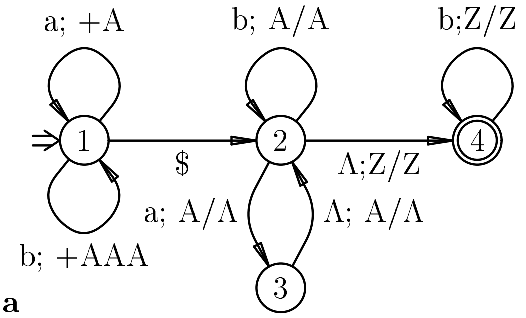
2) —

3) **a** Vul hieronder zelf alle mogelijke combinaties $q, r = 1, 2$ in, zodat er 17 producties ontstaan.

$S \to [1Zr]$, $[1Zr] \to a[1Aq][qZr]$, $[1A1] \to a$, $[1Ar] \to a[1Aq][qAr]$, $[1Ar] \to [2Ar]$, $[1Ar] \to [2Zr]$, $[2A2] \to c$, $[2Z2] \to \Lambda$,

b Bepaal de verdwijnbare symbolen. Achtereenvolgens vinden we:
(1) $[2Z2]$, (2) $[1Z2]$, (3) S.
Toe te voegen zijn de producties $[1Z2] \to a[1A1]$, $[1Z2] \to a[1A2]$ (en $[1Z2] \to \Lambda$, $S \to \Lambda$). Verwijder nu alle Λ-producties, er blijven 18 producties over.
Bepaal de productieve symbolen. Achtereenvolgens vinden we:
(1) $[1A1]$, $[2A2]$, (2) $[1A2]$, $[1Z2]$, (3) S.
Verwijder de producties met de niet-productieve symbolen $[1Z1]$, $[2Z1]$, $[2Z2]$, $[2A1]$. Nu houden we nog 10 producties.
Bepaal de bereikbare symbolen. Achtereenvolgens vinden we:
(1) S, (2) $[1Z2]$, (3) $[1A1]$, $[1A2]$, (4) $[2A2]$.
Alle symbolen zijn bereikbaar; er verandert niets.
$S \to [1Z2]$, $[1Z2] \to a[1A1]$, $[1Z2] \to a[1A2]$, $[1Z2] \to a[1A1][1Z2]$, $[1A1] \to b$, $[1A1] \to a[1A1][1A1]$, $[1A2] \to a[1A1][1A2]$, $[1A2] \to a[1A2][2A2]$, $[1A2] \to [2A2]$, $[2A2] \to c$.

4) **a**



b K wordt *niet* deterministisch geaccepteerd met lege stapel omdat de taal niet prefix-vrij is: $\$b^* \subseteq K$. (Natuurlijk bestaat er wel een niet-deterministische automaat met lege-stapel acceptatie. Zelf proberen.)

5) **a** Een mogelijke grammatica voor $L = \{\ a^n b^n \mid n \geq 0\ \}^*$ heeft axioma Y en producties $Y \to XY$, $Y \to \Lambda$, $X \to aXb$, $X \to \Lambda$.
Voor $\text{inc}_a(L)$ moeten we ergens een a toevoegen. Het axioma Y deelt deze taak toe aan één van de X-en die gegenereerd wordt. Streepjes geven aan dat de a nog niet gezet is.
De grammatica heeft axioma $\overline{Y}$, en producties
$\overline{Y} \to X\overline{Y}$, $\overline{Y} \to \overline{X}Y$, $\overline{X} \to a\overline{X}b$, $\overline{X} \to aX$, $\overline{X} \to aXba$,
en de oorspronkelijke $Y \to XY$, $Y \to \Lambda$, $X \to aXb$, $X \to \Lambda$.

b Laat $G = (\Sigma, \Delta, P, S)$ een context-vrije grammatica in Chomsky normaalvorm zijn. Construeer een grammatica G' voor $\text{inc}_\sigma(L(G))$ als volgt.
$G' = (\Sigma', \Delta \cup \sigma, P', Z)$, waarbij
Z een nieuw symbool is,
$\Sigma' = \Sigma \cup \{\overline{A} \mid A \in \Sigma - \Delta\}$ bevat een extra kopie van elke niet-terminaal,
P' bestaat uit de producties uit P, en verder
$Z \to \sigma S$, $Z \to \overline{S}$, (σ aan het begin, resp. na letter)
$\overline{A} \to \overline{B}C$, $\overline{A} \to B\overline{C}$ voor $A \to BC$ in P,
$\overline{A} \to a\sigma$ voor $A \to a$ in P.

RUL, hjh, 16.12.95