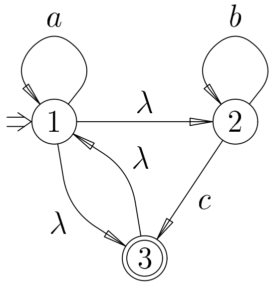
Er zijn 5 opgaven, die respectievelijk 20, 25, 10, 25 en 20 punten waard zijn.
Voorzie de antwoorden van uitleg over de aanpak, en van voldoende tussenresultaten.
Geef bij bewijzen het nummer (in het dictaat) van iedere stelling die je gebruikt.

1) Gegeven is de volgende eindige automaat $\mathcal{A}$ met λ-takken: 8+8+4



a. Construeer een met $\mathcal{A}$ equivalente eindige automaat (zonder λ-takken).

b. Geef reguliere expressies voor de talen $L(\mathcal{A})$ en $L(\mathcal{A}) \cdot L(\mathcal{A})$.

c. Geef een rechts-lineaire grammatica die de taal $L(\mathcal{A})$ genereert.

2) **a.** Geef een MSOL($\{a, b\}$) formule ϕ_1, waarin geen verzamelingsvariabelen voorkomen, voor de taal $a^+b^+a^+$. 8+9+4+4

b. Geef een MSOL($\{a, b\}$) formule ϕ_2, waarin één verzamelingsvariabele gebruikt wordt, voor de taal $a^+(bb)^+a^+$.
Als het niet lukt met één verzamelingsvariabele, laat die eis dan vallen.

c. Geef een eindige automaat voor de taal die gespecificeerd wordt door de MSOL($\{a, b\}$) formule $\phi_3 = i \in X \wedge a(i)$.

d. Netzoals in **c**, voor $\phi_4 = (\exists i)(i \in X \wedge a(i))$.

3) Bekijk de context-vrije grammatica G met niet-terminalen S, A en B, terminalen a en b, startsymbool S, en de volgende producties: 10

$$S \to AaB, \quad A \to SA, \quad A \to Aa, \quad A \to b,$$
$$B \to SB, \quad B \to Bb, \quad B \to ab.$$

Geef een met G equivalente cf grammatica in Greibach normaalvorm.

4) De talen $K_1, K_2 \subseteq \{a,b,c\}^*$ zijn als volgt gedefinieerd: 5+10+10
$K_1 = \{ucv \mid u,v \in \{a,b\}^*, \#_a(u) = \#_a(v)\}$
$K_2 = \{ucv \mid u,v \in \{a,b\}^*, \#_a(u) = \#_a(v) \text{ en } \#_b(u) = \#_b(v)\}$.

a. Geef een context-vrije grammatica voor K_1.

b. Bewijs, met behulp van het pomplemma voor cf talen, dat K_2 niet context-vrij is.

c. Bewijs dat het complement van K_2 wél context-vrij is.
(Hint: gebruik de afsluitingseigenschappen van CF)

5) Bewijs de volgende uitspraken over de taal $K = \{a^k b^m \mid k,m \geq 1, k \neq m\}$. 10+6+4

a. $K \in \mathsf{DSA_f}$

b. $K \notin \mathsf{REP}$

c. $K \notin \mathsf{DSA_e}$