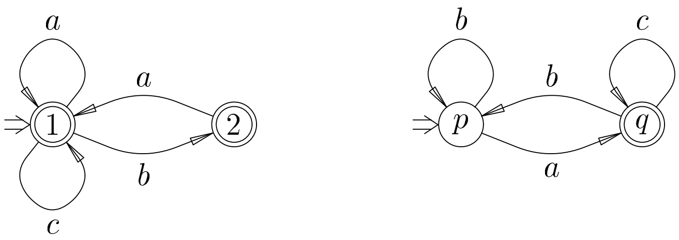
Er zijn 5 opgaven, die respectievelijk 25, 25, 25, 15 en 10 punten waard zijn.
Voorzie de antwoorden van uitleg over de aanpak en van voldoende tussenresultaten.

1) Gegeven zijn de volgende twee eindige automaten $\mathcal{A}_1$ en $\mathcal{A}_2$, met invoer alfabet $\{a, b, c\}$. 10+8+7



a. Construeer een eindige automaat voor de taal $L(\mathcal{A}_1) \cap L(\mathcal{A}_2)$, d.w.z. voor de doorsnede van de door $\mathcal{A}_1$ en $\mathcal{A}_2$ herkende talen.

b. Geef een reguliere expressie voor de taal $L(\mathcal{A}_1) \cap L(\mathcal{A}_2)$.

c. Stel dat E_1 en E_2 reguliere expressies zijn voor de talen $L(\mathcal{A}_1)$ en $L(\mathcal{A}_2)$.
Geef, met gebruikmaking van E_1 en E_2, een reguliere expressie voor de taal K over $\{a, b, c, d\}$ die bestaat uit alle woorden van de vorm $u_1dv_1du_2dv_2d \cdots du_ndv_n$ ($n \geq 1$) met $u_i \in L(\mathcal{A}_1)$ en $v_i \in L(\mathcal{A}_2)$ voor alle $1 \leq i \leq n$.
Opmerking: De expressies E_1 en E_2 hoeven niet berekend te worden.

2) Laat $K_1 \subseteq \{a, b, c\}^*$ de taal zijn die bestaat uit alle woorden van de vorm 5+10+
$a^k x$ met $k \geq 1$, $x \in \{b, c\}^*$ en $\#_b(x) < \#_c(x)$. 5+5
Hierbij is $\#_b(x)$ het aantal b's in x, en evenzo voor $\#_c(x)$.

a. Formuleer het pomplemma voor representeerbare talen.

b. Bewijs dat de taal K_1 niet representeerbaar is.

c. Laat zien dat de taal $K_2 = K_1 \cup \{b, c\}^*$ aan de eisen van het pomplemma voldoet, voor $n = 1$.

d. Bewijs dat de taal K_2 niet representeerbaar is.

3) Bekijk de context-vrije grammatica G_1 met niet-terminalen E, O en I, 8+10+7
terminalen $a, b, +, *$, startsymbool E, en met de volgende producties:

$E \to EEO, \quad E \to I,$
$I \to Ib, \quad I \to a,$
$O \to +, \quad O \to *$

Deze cf grammatica genereert alle postfix-expressies over de operatoren $+$ en $*$ met identifiers van de vorm ab^n, $n \geq 0$.

a. Geef een met G_1 equivalente cf grammatica in Chomsky normaalvorm.

b. Geef een met G_1 equivalente cf grammatica in Greibach normaalvorm.

c. Geef een cf grammatica voor de taal L over $\{a, b, +, *, \#\}$ die bestaat uit alle woorden van de vorm $ab^k\#ab^m\#w\#ab^m$ met $k, m \geq 0$ en $w \in L(G_1)$.

4) Bekijk de context-vrije grammatica G_2 met niet-terminalen E, O en I, terminalen $a, b, +, *$, startsymbool E, en met de volgende producties: 4+7+4

$E \to OEE, \quad E \to aI,$
$I \to bI, \quad I \to \lambda,$
$O \to +, \quad O \to *$

Deze cf grammatica genereert alle prefix-expressies over de operatoren $+$ en $*$ met identifiers van de vorm ab^n, $n \geq 0$.

a. Toon aan dat de cf grammatica G_1 van Opgave 3 *niet* sterk LL(1) is.

b. Bereken voor bovenstaande cf grammatica G_2 de verzamelingen $\text{first}_1(A)$, $\text{follow}_1(A)$ en $\text{LA}_1(A \to w)$ voor iedere niet-terminaal A en iedere productie $A \to w$. Toon nu aan dat G_2 sterk LL(1) is.

c. Geef de rij van stapel-inhouden die de LL(1)-ontleder (voor G_2) achtereenvolgens doorloopt tijdens het ontleden van het invoerwoord $+ * abaa$.

5) Voor talen K_1 en K_2 over een alfabet Δ definiëren we de taal $\text{mix}(K_1, K_2)$ over Δ als volgt: $\text{mix}(K_1, K_2)$ bestaat uit alle woorden van de vorm $a_1 b_1 a_2 b_2 \cdots a_n b_n$ met $n \geq 0$, $a_i, b_i \in \Delta$, waarvoor geldt dat $a_1 a_2 \cdots a_n \in K_1$ en $b_1 b_2 \cdots b_n \in K_2$. 10

Laat $\mathcal{A}_1 = (Q_1, \Delta, \Gamma, \delta_1, q_{in,1}, Z_{in}, F_1)$ een stapelautomaat zijn met $L_f(\mathcal{A}_1) = K_1$ en laat $\mathcal{A}_2 = (Q_2, \Delta, \delta_2, q_{in,2}, F_2)$ een eindige automaat zijn met $L(\mathcal{A}_2) = K_2$.

Geef de volledige definitie van een stapelautomaat $\mathcal{A}$ met $L_f(\mathcal{A}) = \text{mix}(K_1, K_2)$.

Hint: neem als toestandsverzameling van $\mathcal{A}$ de verzameling $Q_1 \times Q_2 \times \{e, o\}$, met e = 'even' en o = 'oneven'.