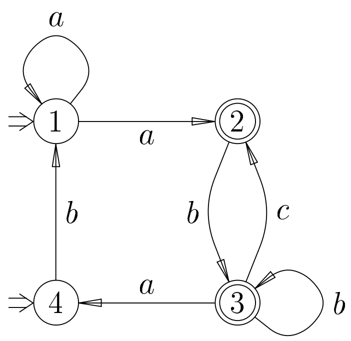
Er zijn 5 opgaven, die ieder 20 punten waard zijn.
Voorzie de antwoorden van uitleg over de aanpak en van voldoende tussenresultaten.

1) De eindige automaat $\mathcal{A} = (Q, \Delta, \delta, I, F)$ is gegeven in onderstaande figuur. 10+10
Laat $K_1 = \Delta^* \cdot L(\mathcal{A}) \cdot \Delta^*$,
d.w.z. K_1 is de taal van alle woorden die een deelwoord in $L(\mathcal{A})$ hebben.



a. Geef een reguliere expressie voor K_1.

b. Geef een eindige automaat voor K_1.

2) **a.** Geef een MSOL($\{a, b, c\}$) formule voor de taal van alle woorden over $\{a, b, c\}$ die géén prefix van de vorm $a^n c$ $(n \geq 0)$ hebben. 10+10

b. Dezelfde opgave maar nu met $a^{2n}c$ $(n \geq 0)$, d.w.z. een even aantal a's.

3) **a.** Formuleer het pomplemma voor representeerbare talen. 4+6+10

b. Bewijs dat de taal

$$K_3 = \{ \ x\#y \mid x \in a^*, y \in \{a, b\}^*, x \text{ is een deelwoord van } y \ \}$$

niet representeerbaar is.

c. Geef een context-vrije grammatica voor K_3.

4) Voor een woord $w \in \{1, 2, 3\}^*$ geeft $\Sigma(w)$ het getal aan dat ontstaat door de 'waarden' van de letters van w op te tellen. 10+5+5
Dus, bijv., $\Sigma(\lambda) = 0$ en $\Sigma(12322) = 10$.

a. Geef een deterministische stapelautomaat met eindtoestand-acceptatie voor de taal

$$K_4 = \{ \ u0v \mid u, v \in \{1, 2, 3\}^*, \ \Sigma(u) < \Sigma(v) \ \}.$$

b. Dezelfde opgave, maar nu met $2 \cdot \Sigma(u) < \Sigma(v)$. Geef alleen aan wat er aan de automaat van **a** veranderd moet worden.

c. Is er voor de taal K_4 uit **a** een deterministische stapelautomaat met lege-stapel-acceptatie?

5) **a.** Bewijs dat het beslisbaar is, 5+10+5
voor willekeurige eindige automaten $\mathcal{A}$ en $\mathcal{B}$ met invoer-alfabet Δ,
of $L(\mathcal{A})$ al dan niet oneindig veel woorden bevat die een deelwoord in $L(\mathcal{B})$ hebben.

b. Definieer voor een taal K over Δ

$$\mathrm{sub}(K) = \{\ y \in \Delta^* \mid xyz \in K \text{ voor zekere } x, z \in \Delta^*\ \},$$

d.w.z. $\mathrm{sub}(K)$ is de verzameling van alle deelwoorden van woorden in K.
Bewijs d.m.v. een constructie op eindige automaten:

als $K \in \mathsf{REP}$, dan $\mathrm{sub}(K) \in \mathsf{REP}$.

c. Bewijs met behulp van **b** dat het beslisbaar is,
voor willekeurige eindige automaten $\mathcal{A}$ en $\mathcal{B}$ met invoer-alfabet Δ,
of $L(\mathcal{B})$ al dan niet oneindig veel woorden bevat die een deelwoord zijn van een woord in $L(\mathcal{A})$.

Opmerking: als bijv. $L(\mathcal{A}) = a^*baba^*$ en $L(\mathcal{B}) = ba^*b$, dan is het antwoord op het probleem in **a** positief, maar het antwoord op het probleem in **c** negatief.