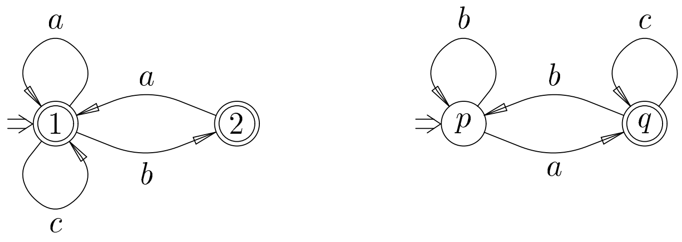
Formele Talen en Automaten 1 **13 augustus 1998, 14.00 – 17.00**

Er zijn 5 opgaven, die respectievelijk 25, 20, 20, 20 en 15 punten waard zijn.
Voorzie de antwoorden van uitleg over de aanpak en van voldoende tussenresultaten.

1) Gegeven zijn de volgende twee eindige automaten $\mathcal{A}_1$ en $\mathcal{A}_2$, met invoer alfabet $\{a, b, c\}$. 10+5+10



Opmerking: De hieronder gevraagde automaten mogen géén λ-takken bevatten!

a. Construeer een eindige automaat voor de taal $L(\mathcal{A}_1) \cdot L(\mathcal{A}_2)$, d.w.z. voor de concatenatie van de door $\mathcal{A}_1$ en $\mathcal{A}_2$ herkende talen.

b. Construeer een eindige automaat voor de taal K over $\{a, b, c, d\}$ die bestaat uit alle woorden van de vorm $du_1dv_1du_2dv_2 \cdots du_ndv_n$ $(n \geq 0)$ met $u_i \in L(\mathcal{A}_1)$ en $v_i \in L(\mathcal{A}_2)$ voor alle $1 \leq i \leq n$.

c. Geef reguliere expressies voor de talen $L(\mathcal{A}_1)$, $L(\mathcal{A}_2)$ en $L(\mathcal{A}_1) \cdot L(\mathcal{A}_2)$, en voor de taal K uit **b**.

2) Voor iedere taal L definieren we de taal $\text{spiegel}(L) = \{x \cdot \text{mir}(x) \mid x \in L\}$. 5+10+5

a. Formuleer het pomplemma voor representeerbare talen.

b. Bewijs dat de taal $\text{spiegel}(a^*ba^*)$ niet representeerbaar is.

c. De taal $\text{spiegel}(ba^*)$ is wél representeerbaar.
Geef een rechts-lineaire grammatica voor deze taal.

3) Bekijk de context-vrije grammatica G met niet-terminalen S en T, terminalen a en b, startsymbool S, en met de volgende producties: 10+10

$S \to TaT, \quad S \to SbS, \quad S \to T, \quad T \to aS, \quad T \to TbT.$

a. Geef een met G equivalente cf grammatica in Chomsky normaalvorm.

b. Geef een met G equivalente cf grammatica in Greibach normaalvorm.

4) **a.** Laat G de context-vrije grammatica zijn met niet-terminalen S, L en I, terminalen $a, b, c, \#$, startsymbool S, en producties 15+5

$S \to IL\#$,
$L \to cIL$, $L \to \lambda$,
$I \to aI$, $I \to bI$, $I \to \lambda$.

Deze cf grammatica genereert alle woorden van de vorm $w_1 c w_2 c \cdots c w_n \#$, met $n \geq 1$ en $w_i \in \{a, b\}^*$ voor iedere $1 \leq i \leq n$.

Bereken voor G de verzamelingen $\text{first}_1(A)$, $\text{follow}_1(A)$ en $\text{LA}_1(A \to w)$ voor iedere niet-terminaal A en iedere productie $A \to w$. Toon nu aan dat G sterk LL(1) is.

b. Geef een sterke LL(1) grammatica voor de taal $\{a^n b^{n+1} \mid n \geq 0\}$.

5) De volgende opgave is identiek aan die van het tentamen van maart 1998. 15

Voor talen K_1 en K_2 over een alfabet Δ definiëren we de taal $\text{mix}(K_1, K_2)$ over Δ als volgt: $\text{mix}(K_1, K_2)$ bestaat uit alle woorden van de vorm $a_1 b_1 a_2 b_2 \cdots a_n b_n$ met $n \geq 0$, $a_i, b_i \in \Delta$, waarvoor geldt dat $a_1 a_2 \cdots a_n \in K_1$ en $b_1 b_2 \cdots b_n \in K_2$.

Laat $\mathcal{A}_1 = (Q_1, \Delta, \Gamma, \delta_1, q_{in,1}, Z_{in}, F_1)$ een stapelautomaat zijn met $L_f(\mathcal{A}_1) = K_1$ en laat $\mathcal{A}_2 = (Q_2, \Delta, \delta_2, q_{in,2}, F_2)$ een eindige automaat zijn met $L(\mathcal{A}_2) = K_2$.

Geef de volledige definitie van een stapelautomaat $\mathcal{A}$ met $L_f(\mathcal{A}) = \text{mix}(K_1, K_2)$.

Hint: neem als toestandsverzameling van $\mathcal{A}$ de verzameling $Q_1 \times Q_2 \times \{e, o\}$, met $e =$ 'even' en $o =$ 'oneven'.