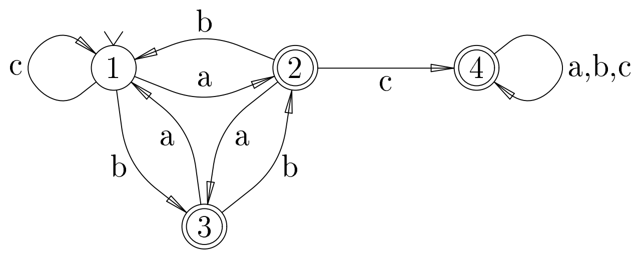
Formele Talen en Automaten 1 **13 jan. 1995, 10.00–13.00 u.**

1. Laat $\Sigma = \{a, b, c\}$. Gegeven is onderstaande eindige automaat $\mathcal{A}$ over Σ. $K = L(\mathcal{A})$ is de taal die door $\mathcal{A}$ geaccepteerd wordt. 10+10+10



a) Geef een reguliere expressie voor $\Sigma^* - K$.

De operatie bip : $\{a, b\}^* \to \Sigma^*$ vervangt elke a die op een even positie van een woord staat door een c. Er geldt dus bijvoorbeeld: $\mathrm{bip}(\Lambda) = \Lambda$, en $\mathrm{bip}(a\underline{a}b\underline{a}b\underline{b}a) = a\underline{c}b\underline{c}b\underline{b}a$. (onderstreepte letters op even posities)

b) Geef een eindige automaat die de taal $\mathrm{bip}^{-1}(K) \subseteq \{a, b\}^*$ representeert, waarbij natuurlijk $\mathrm{bip}^{-1}(L) = \{\ x \in \{a, b\}^* \mid \mathrm{bip}(x) \in L\ \}$.
tipje: als $x = \mathrm{bip}(y)$, dan heeft x geen a's op even, en geen c's op oneven posities.

c) Bewijs dat $\mathrm{bip}^{-1}(L)$ representeerbaar is voor elke representeerbare $L \subseteq \Sigma^*$.

2. Beschouw de taal 15

$$K = \{\ w_1\$w_2 \cdots \$w_n\$z \ \mid \ n > 1,\ \text{alle } w_i \in a^*, z \in b^*,\ |z| = |w_j| + |w_k| \text{ voor zekere } 1 \leq j < k \leq n\ \}.$$

Geef een context-vrije grammatica die K genereert.

3. **a)** Formuleer het pomplemma voor de context-vrije talen. 5+10+10

b) Toon hiermee aan dat de taal $K_1 = \{\ a^i b^j a^k b^\ell \mid i \geq k \text{ én } \ell \geq j\ \}$ niet context-vrij is.

c) Gebruik de afsluitingseigenschappen van CF om te laten zien dat $K_2 = \{\ a^i b^j a^k b^\ell \mid i \geq j \text{ òf } \ell \geq k\ \}$ wél context-vrij is. Veronderstel als bekend dat $L = \{\ a^n b^n \mid n \in \mathbf{N}\ \}$ context-vrij is. De gebruikte afsluitingseigenschappen hoeven, voorzover ze in het dictaat vermeld staan, niet bewezen te worden.

4. De context-vrije grammatica G heeft variabelen S, A, B, C, D, E, axioma S, terminalen $0, 1, 2, 3$, en de producties 10+10

$$\begin{array}{lllll} S \to ACA, & S \to 0, & & C \to AS, & C \to D1, \\ A \to SA, & A \to 1, & A \to 3EB, & D \to 2D, & D \to AB, \\ B \to SB, & B \to DD, & & E \to 1A. & \end{array}$$

a) Geef een met G equivalente gereduceerde grammmatica.

b) Geef een met G equivalente grammatica in Greibach normaalvorm.

5. Laat $L = \{\ a^p b^q \mid p \leq q \leq 2p\ \}$. Maak één van onderstaande twee opdrachten. 10

i. Geef een *deterministische* automaat die L accepteert mbv. lege stapel.

ii. Geef een automaat die L accepteert mbv. lege stapel, en beredeneer dat deze automaat *niet* deterministisch gekozen kan worden.