Formele Talen en Automaten 1 **22 dec. 1995, 10.00–13.00 u.**

1) Strings over $\{0,1\}$ kunnen opgevat worden als binaire getallen, waarbij we nullen aan het begin van de strings toestaan. Als $x \in \{0,1\}^*$, dan is $\overline{x} \in \mathbf{N}$ het getal dat door x voorgesteld wordt (waarbij $\overline{\Lambda} = \overline{0} = \overline{00} = \ldots = 0$). 7+7+10

Met deze interpretatie definieren we de taal $M = \{\ x \in \{0,1\}^* \mid \overline{x} \equiv 2(\text{mod } 3)\ \}$

Bijvoorbeeld $001110 \in M$, maar $\overline{00111} = 7 \equiv 1(\text{mod } 3)$, dus $00111 \notin M$.

a. Geef een eindige automaat voor de taal M.
(Leg het principe achter je oplossing kort uit.)

b. Geef een totaal deterministische eindige automaat voor de taal

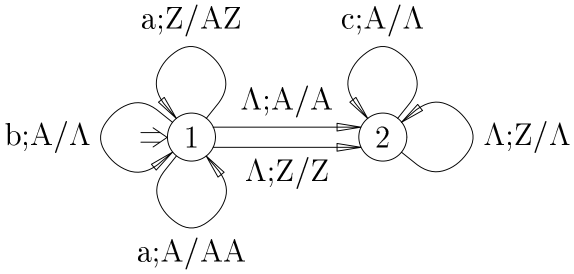
$$K = (M \cap \{0,1\}^* \cdot 1) \cdot 0^*$$

c. Geef een reguliere expressie voor deze taal K.

2) **a.** Formuleer het pomplemma voor context-vrije talen. 5+10

b. Bewijs dat de taal $L = \{\ a^i b^j c^k \mid j = \max(i,k)\ \}$ niet context-vrij is.

3) Beschouw de volgende stapelautomaat $\mathcal{A}$ met initieel stapelsymbool Z. 12+12



a. Gebruik de "$[pAq]$-constructie" om een context-vrije grammatica G te maken voor de lege-stapeltaal van $\mathcal{A}$.

b. Construeer een met G (modulo Λ) equivalente context-vrije grammatica die Λ-vrij en gereduceerd is.

4) Beschouw de taal K over $\{a, b, \$\}$: 10+7

$$K = \{\ v\$w \mid v, w \in \{a,b\}^*,\ 2\#_a(w) = \#_a(v) + 3\#_b(v)\ \}$$

a. Geef een deterministische stapelautomaat voor K; acceptatie door middel van eindtoestanden.

b. Bestaat er voor K een *deterministische* stapelautomaat met lege-stapel acceptatie? Zo ja, geef zo'n automaat; zo nee, beredeneer waarom niet.

5) Laat Σ een alfabet zijn, en σ een letter (niet noodzakelijk uit Σ). 10+10

De operatie inc_σ verandert talen over Σ door op alle mogelijke manieren één extra letter σ aan elke string toe te voegen.

Formeel, voor $K \subseteq \Sigma^*$, $\text{inc}_\sigma(K) = \{\ x\sigma y \mid x, y \in \Sigma^*,\ xy \in K\ \}$

Bijvoorbeeld, $\text{inc}_b(a^*) = a^*ba^*$, en $\text{inc}_a(\{a^n b^n \mid n \geq 0\}) = \{a^n b^i a b^j \mid n = i + j\}$.

a. Geef een cf-grammatica voor de taal $\text{inc}_a(\ \{a^n b^n \mid n \geq 0\}^*\ )$. (let op de ster)

b. Laat zien dat CF gesloten is onder de operatie inc_σ.
Geef (bijvoorbeeld) een constructie die een cf-grammatica G (in Chomsky normaalvorm) omzet in een grammatica voor $\text{inc}_\sigma(\ L(G)\ )$.
Aanwijzing: Voer voor elke variabele A een kopie $\overline{A}$ in die het werk van A verricht, maar daarbij onthoudt dat er nog een symbool σ gegenereerd moet worden. U krijgt punten voor de formele uitwerking van dit (of een alternatief) idee.