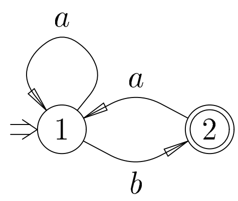
**Formele Talen en Automaten 1** **10 augustus 2000, 14.00 – 17.00**

Er zijn 5 opgaven, die respectievelijk 30, 10, 20, 15 en 25 punten waard zijn.
Voorzie de antwoorden van uitleg over de aanpak, en van voldoende tussenresultaten.
Geef bij bewijzen het nummer (in het dictaat) van iedere stelling die je gebruikt.

**1)** Gegeven is de volgende deterministische eindige automaat $\mathcal{A}$: 10+10+10




**a.** Construeer eindige automaten voor de talen $L(\mathcal{A}) \cdot L(\mathcal{A})$ en $\{a,b\}^* - L(\mathcal{A})$.

**b.** Geef reguliere expressies voor de talen $L(\mathcal{A})$, $L(\mathcal{A}) \cdot L(\mathcal{A})$ en $\{a,b\}^* - L(\mathcal{A})$.

**c.** Geef MSOL($\{a,b\}$) formules waarin hoogstens één verzamelingsvariabele gebruikt wordt, voor de talen $L(\mathcal{A})$ en $\{a,b\}^* - L(\mathcal{A})$.

**2)** Bekijk de context-vrije grammatica $G$ met niet-terminalen $S$, $A$ en $B$, terminalen $a$, $b$ en $c$, startsymbool $S$, en de volgende producties: 10

$S \to AB$, $\quad S \to Sb$, $\quad A \to AbBa$, $\quad A \to \lambda$, $\quad B \to bBc$, $\quad B \to bc$.

Geef een met $G$ equivalente cf grammatica in Greibach normaalvorm.

**3)** De talen $K_1, K_2 \subseteq \{a,b,c\}^*$ zijn als volgt gedefinieerd: 10+10

$K_1 = \{a^k b^m c^m \mid k, m \geq 0, k+m \text{ is een 3-voud}\}$

$K_2 = \{a^k b^m c^m \mid k, m \geq 0, k+m \text{ is een 3-voud}, k \leq m\}$

Opmerking: 0 is een 3-voud.

**a.** Geef een context-vrije grammatica voor $K_1$.

**b.** Bewijs dat $K_2$ niet context-vrij is.
Opmerking: denk eraan dat de $z$ die je kiest in $K_2$ moet zitten.

**4)** **a.** Geef een deterministische stapelautomaat voor de taal $K_1$ uit de vorige opgave. 10+5

**b.** Zit $K_1$ in $\mathsf{DSA_e}$?
Zit de taal $K_1' = \{a^k b^m c^m \mid k \geq 0, m \geq 1, k+m \text{ is een 3-voud}\}$ in $\mathsf{DSA_e}$?

**5)** Bewijs dat het beslisbaar is, voor een willekeurige context-vrije grammatica $G$, of 8+9+8

**a.** $L(G)$ een woord bevat van de vorm $a^k b^m a^n$, met $k, m, n \geq 0$.

**b.** alle woorden van $L(G)$ van de vorm $a^k b^m a^n$, met $k, m, n \geq 0$, zijn.

**c.** $L(G) = \{a^k b^m a^n \mid 0 \leq k, m, n \leq 100\}$.