6.1a $L_1 = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$
Idee : genereer steeds *tegelijkertijd* een A, een B en een C en laat die naar rechts lopen tot ze hun eigen kleine letter (a, b of c dus) tegenkomen; verander ze dan in zo'n kleine letter. Dit levert de type 0 grammatica G :

$S \rightarrow XabcC$
$X \rightarrow XABC \mid \lambda$
$Aa \rightarrow aa$
$Ba \rightarrow aB$
$Bb \rightarrow bb$
$Ca \rightarrow aC$
$Cb \rightarrow bC$
$Cc \rightarrow cc$

Deze grammatica is niet monotoon, vanwege $X \rightarrow \lambda$, maar voor L_1 is wel een monotone grammatica te construeren door G aan te passen :

$S \rightarrow Xabc \mid abc$
$X \rightarrow XABC \mid ABC$
$Aa \rightarrow aa$
$Ba \rightarrow aB$
$Bb \rightarrow bb$
$Ca \rightarrow aC$
$Cb \rightarrow bC$
$Cc \rightarrow cc$

b. $L_2 = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\} = \{a^1, a^2, a^4, a^8, a^{16}, \ldots\}$
Idee : Geef begin en eind aan met A en B, respectievelijk. Laat A steeds een C vooruit sturen die onderweg naar B iedere a verandert in aa.

$S \rightarrow AaB$
$A \rightarrow AC$
$Ca \rightarrow aaC$
$CB \rightarrow B$
$A \rightarrow \lambda$
$B \rightarrow \lambda$

Deze grammatica is niet monotoon vanwege $CB \rightarrow B$, $A \rightarrow \lambda$ en $B \rightarrow \lambda$.

c. $L_3 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^+\}$
Idee : markeer begin 1^e woord met X en begin 2^e woord met Y. Als X een a genereert, stuurt hij boodschapper A richting Y, die net na Y een a zet en verdwijnt. Zo ook voor B en b.

$S \rightarrow XaYa \mid XbYb$
$X \rightarrow XaA \mid XbB$
$Aa \rightarrow aA$
$Ab \rightarrow bA$
$Ba \rightarrow aB$
$Bb \rightarrow bB$
$AY \rightarrow Ya$
$BY \rightarrow Yb$
$X \rightarrow \lambda$
$Y \rightarrow \lambda$

Deze grammatica is niet monotoon vanwege $X \rightarrow \lambda$ en $Y \rightarrow \lambda$.

6.7a $K_1 = \{a^n b^{n^2} \mid n \geq 1\}$
Merk op : $(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$.
Idee : van $a^n b^{n^2}$ naar $a^{n+1} b^{(n+1)^2}$ door

- vooraan een a toe te voegen,
- voor iedere "oude" a twee b's toe te voegen, en
- nog een extra b toe te voegen

We gebruiken nu (voor de verandering) slimme begin- en eindmarkeerders : $A \equiv 1^e a$, en $B \equiv$ laatste b.

S	$\rightarrow AB$	basis : $n = 1$
A	$\rightarrow ACa$	1 a toegevoegd, C gaat "oude" a's tellen
Ca	$\rightarrow aCD$	D gaat 2 b's toevoegen
Cb	$\rightarrow bb$	C voegt 1 extra b toe
Da	$\rightarrow aD$	
Db	$\rightarrow bD$	
DB	$\rightarrow bbB$	D voegt achteraan 2 b's toe en verdwijnt
A	$\rightarrow a$	stop
B	$\rightarrow b$	stop

Deze type 0 grammatica is ook monotoon!

d. $K_4 = \{a^m b^n c^p \mid m \geq n \geq p \text{ met } m \geq 1\}$
Idee : eerst minstens evenveel b's als c's genereren (dat kan context-vrij!), dan voor iedere b een a erbij, en tenslotte eventueel extra a's toevoegen. Nodig : beginmarkeerder $X \equiv$ eerste a, en $B \equiv b$.

$S \rightarrow XT$
$T \rightarrow bTc \mid bT \mid Bc$
$XB \rightarrow Xb$
$bB \rightarrow ABb$
$bA \rightarrow Ab$

$aA \rightarrow aa$
$X \rightarrow Xa \mid a$
$aB \rightarrow ab$
$XA \rightarrow Xa$

Je mist nu nog a^+ en $a^q b^r$ met $q \geq r$ en $q + r > 0$. Voeg daarom nog toe :

$S \rightarrow aSb \mid aS \mid a \mid ab$

En deze type 0 grammatica is ook monotoon.