Complexiteit

Uitwerkingen Opgaven

opgave 61

Merk op: een logische expressie ϕ in DNF is een disjunctie van conjuncties: $\phi = C_1 \vee C_2 \vee \ldots \vee C_m$ met $C_i = l_1^i \wedge l_2^i \wedge \ldots \wedge l_{k(i)}^i$. Dan is ϕ waar dan en slechts dan als ten minste één der C_i's waar is, dus dan en slechts dan als *alle* literals in ten minste één der C_i's waar zijn. Er bestaat dus een waarmakende waardering dan en slechts dan als in ten minste één van de C_i's geen variable en zijn ontkenning (dus x_i en $\neg x_i$) allebei voorkomen. In dat geval kunnen namelijk alle literals uit die clausule waarheidswaarde True krijgen (en anders niet).

Er kan nu eenvoudig nagegaan worden of er een waardering bestaat die ϕ waar maakt. Een polynomiaal algoritme voor DNF-SAT is bijvoorbeeld: doorloop ϕ van links naar rechts; als er in een of andere C_{i_0} geen variabele en zijn ontkenning beide voorkomen (*), dan is een waardering die ϕ waar maakt gevonden, namelijk alle in C_{i_0} voorkomende literals True nemen en de overige variabelen willekeurig; is er niet zo'n C_{i_0} te vinden, dan bestaat er geen waarmakende waardering. (*) is na te gaan in $|C_{i_0}|^2 \subseteq O(|C_{i_0}| \cdot |\phi|)$ tijd per C_{i_0} door voor elke literal die je in C_{i_0} tegenkomt C_{i_0} (of desnoods heel ϕ) nogmaals af te lopen. In totaal is dit algoritme polynomiaal in $|\phi|$, namelijk $O((|C_1| + |C_2| + \cdots + |C_m|) \cdot |\phi|) \subseteq O(|\phi|^2)$.