

Tweede programmeeropgave — Backtracking

Algoritmiëk voorjaar 2013, Universiteit Leiden

Het probleem

Het N -dames op schaakbord probleem luidt: gegeven een N bij N (schaak)bord, op hoeveel manieren kan men daar N dames op plaatsen zonder dat deze elkaar aanvallen? Zie de collegesheets van het vijfde college voor de probleemstelling, de spelregels en een backtracking-programma dat alle goede standen afdrukt.

Merk op dat als er een pion (of een ander stuk) tussen twee dames uit eenzelfde rij/kolom/diagonaal staat, deze twee dames elkaar niet meer kunnen slaan. Door toe te laten dat er pionnen tussen elkaar aanvallende dames staan, kunnen er meer dan N dames geplaatst worden zonder dat zij elkaar aanvallen. Dit leidt tot de volgende variant op het N -dames probleem, genaamd het **$N+k$ -dames probleem**.

Gegeven een N bij N bord met $N + k$ dames en k pionnen. Op hoeveel manieren kunnen de dames en de pionnen op het bord geplaatst worden zonder dat de dames elkaar kunnen slaan?

Om het iets gemakkelijker te maken zullen we ons in deze programmeeropdracht beperken tot het geval dat $k = 1$. We bekijken dus het **$N+1$ -dames probleem**. Voor $N = 8$ zijn er 128 goede standen. Een voorbeeld van zo'n goede stand met 9 dames op het 8 bij 8 bord is:

						D	
			D				
D							
				D			
	D					P	D
					D		
		D					
						D	

D = dame
P = pion

De analyse

Er moet bij deze opdracht een verslag gemaakt worden, waarin onder andere onderstaande vragen beantwoord worden. Geef overal een duidelijke toelichting.

1. Bewijs dat voor een goede stand waarin geen van de $N + 1$ dames een andere dame kan slaan, geldt:
 - Er staat altijd precies 1 dame op een veld links van de pion en 1 dame op een veld rechts van de pion (dus in dezelfde rij)
 - Er staat altijd precies 1 dame op een veld boven de pion en 1 dame op een veld onder de pion (dus in dezelfde kolom)
2. Toon aan dat er nooit een pion op de rand van het bord kan staan (dus in de eerste of laatste rij of kolom).
3. Laat zien dat er ook geen pion kan staan op de vier velden die diagonaal grenzen aan de hoekvelden, dus bijv. het veld in de tweede rij en tweede kolom.
4. Bewijs dat er voor het $4 + 1$ -probleem, dus met 5 dames en 1 pion op een 4 bij 4 bord, geen goede standen bestaan.
5. Bewijs dat er voor het $5 + 1$ -probleem, dus met 6 dames en 1 pion op een 5 bij 5 bord, geen goede standen bestaan.

Het programma

Er dient een C++-programma geschreven te worden dat voor een door de gebruiker in te voeren waarde van N het aantal goede standen geeft van $N + 1$ dames en 1 pion op een N bij N bord. Het programma moet gebruik maken van *backtracking* (recursief of niet-recursief geïmplementeerd). Bekijk als voorbeeldprogramma het eerder genoemde programma voor het N -dames probleem. Het te schrijven programma is een aanpassing daarvan. Behalve het aantal goede standen moet ook een voorbeeld van een goede stand worden afgedrukt op het scherm.

Opmerkingen

- Je moet bij het neerzetten van de dames en de pion in je backtrackfunctie gebruiken wat je in vraag 1., 2. en 3. van de analyse bewezen hebt.
- Gebruik een klasse `dames`, waarin behalve de representatie van een stand ook memberfuncties zoals `drukaf`, `geenaanval` en, natuurlijk, de backtrackfunctie staan.
- Bij het inlezen van N mag je gewoon gebruik maken van `cin>>getal`. Kies N niet te groot, want er zijn veel goede standen; voor $N = 15$ al meer dan 20 miljoen.
- Het aantal goede standen en een voorbeeld van een goede stand moeten op het beeldscherm worden getoond.
- Boven elke functie moet een commentaarblokje komen met daarin een (zeer) korte beschrijving van wat de functie doet. Noem daarin ook de gebruikte parameters: geef hun betekenis en geef aan hoe ze eventueel veranderd worden door de functie. Geef bij memberfuncties ook aan wat deze met de membervariabelen van het object doen. Let ook op de layout (consequent inspringen) en op het overige commentaar bij de programmacode (alleen zinvol en kort commentaar).
- Liefhebbers kunnen ook het algemenere $N + k$ -dames probleem oplossen. Hiermee is een bonus van 0,5 punt te verdienen.

Het verslag

Het verslag moet getypt zijn in \LaTeX , en moet een introductie bevatten, de probleemstelling, de in “de analyse” gevraagde stellingen en bewijzen, alsmede een tabel met daarin voor zo veel mogelijke waarden van N het gevonden aantal goede standen. Leg in het verslag bovendien duidelijk (maar niet al te lang) uit hoe de methode backtracking voor het vinden van de goede standen in dit geval werkt. Voor enkele richtlijnen bij het maken van het verslag, zie: <http://www.liacs.nl/~rvvliet/algorithmiek/programmeeropdrachten>

Voor eventuele aanvullingen of tips bij de programmeeropdracht of andere informatie, zie: <http://www.liacs.nl/~graaf/ALGO/>. Hier komen t.z.t. ook de behaalde cijfers te staan.

Uiterste inleverdatum: vrijdag 19 april 2013. Voor elke week te laat inleveren gaat er een punt van het cijfer af. Het programma per e-mail sturen naar: graaf@liacs.nl. Listing en verslag moeten op papier worden ingeleverd en in de daartoe bestemde doos met opschrift Algoritmiek in de postkamer van Informatica (kamer 156) worden gedeponed. Vermeld overal duidelijk de namen van de makers.

Normering: verslag 3; commentaar en layout 1; modulaire opbouw en OOP 1; werking 5.