

ALGORITMIEK: opgaven werkcollege 12

Branch & bound en heapsort

Opgave 1. Los het toewijzingsprobleem op voor onderstaand voorbeeld met behulp van

- branch and bound, met de ondergrens op de te verwachten waarde van de objectfunctie via de rijen berekend (zoals het voorbeeld in het boek/college), en gebruikmakend van de best-fit-first strategie
- branch and bound, met de ondergrens op de te verwachten waarde van de objectfunctie via de kolommen berekend, en gebruikmakend van de best-fit-first strategie
- backtracking (kosten van deeloplossingen kunnen worden gebruikt om te snoeien)

en vergelijk de hoeveelheid snoeiwerk bij de drie methodes. Teken in alle drie de gevallen de bijbehorende state-space-tree (bij backtracking is een substantieel deel voldoende). Geef daarin ook aan in welke volgorde de knopen (=deeloplossingen) worden uitgebreid.

	W	X	Y	Z
Alice	4	7	3	5
Bob	6	2	9	1
Carol	3	9	5	3
David	1	1	1	8

- Hoeveel knopen bevat de state-space-tree van het branch and bound algoritme in het beste geval? Beantwoord deze vraag voor het voorbeeld (dus $n = 4$), maar ook voor algemene n .

Opgave 2. Exercise 12.2.5. uit het boek van Levitin.

Opgave 3. Exercise 12.2.9. uit het boek van Levitin (zie ook college-sheets). Gebruik de in het boek gehanteerde ondergrens.

Opgave 4. Handelsreizigersprobleem: bedenk een andere ondergrens voor de te verwachten lengte van een Hamiltonkring en pas het branch & bound algoritme met die ondergrens toe op de graaf uit de vorige opgave en op de graaf uit het boek (p.465)/college.

Bijvoorbeeld: (1) lengte van huidige pad + som over: alle nog niet bezochte knopen en laatste knoop van huidige pad, van: voor elk van die knopen de lengte van de kortste tak incident met die knoop (de reeds in het huidige pad zittende takken uitgesloten)

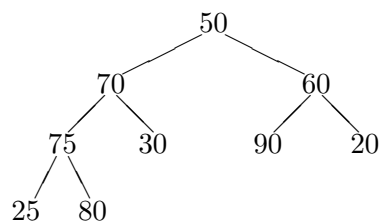
of (2), manier 2 van de bijbehorende sheet van college 12 (sheet 8): lengte huidige pad + de lengtes van de $(n - \text{het aantal takken in het huidige pad})$ kortste takken gesommeerd (voor zover die nog niet gebruikt zijn).

Opgave 5. Hoeveel verschillende heaps bestaan er met daarin de waarden 1 t/m 4? En met 1 t/m 5? En met 1 t/m 6?

Opgave 6. Maak een heap van onderstaande complete binaire boom:

- via de bottom up methode (heapify)
- via de top down methode

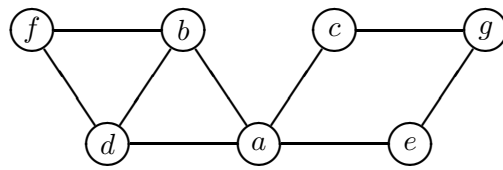
Vergelijk ook het aantal vergelijkingen/verwisselingen dat elke methode doet.



Opgave 7. Sorteert de rij 50, 70, 60, 75, 30, 90, 20, 25, 80 met behulp van heapsort. Laat tussenstappen zien.

Opgave 8. Voor de liefhebbers: DFS en BFS (zie de laatste sheets van college 12 en Levitin, 3.5)

Beschouw de volgende ongerichte graaf G :



a. (Levitin, opgave 3.5.1.b)

Maak een DFS wandeling door G , startend in knoop a . Wanneer een knoop meerdere burens heeft, handel die dan in alfabetische volgorde af.

Construeer ook de bijbehorende DFS boom. Geef daarin aan in welke volgorde de knopen voor de eerste keer worden bereikt (en op de stapel gezet), en in welke volgorde ze helemaal zijn afgehandeld (van de stapel worden gehaald).

b. (Levitin, opgave 3.5.4)

Maak een BFS wandeling door G , startend in knoop a . Wanneer een knoop meerdere burens heeft, handel die dan in alfabetische volgorde af.

Construeer ook de bijbehorende BFS boom. Geef daarin aan in welke volgorde de knopen worden bezocht.