ALGORITMIEK: opgaven werkcollege 11

Gretige algoritmen

Opgave 1. Exercise 9.1.4. uit het boek van Levitin.

Opgave 2. Exercise 9.1.5. uit het boek van Levitin.
Bepaal eerst voor het voorbeeldgeval (Levitin, exercise 1.2.2) een oplossing. Voor het algemene geval mag je aannemen dat $t_1 \leq t_2 \leq \cdots \leq t_n$. Bedenk een gretige strategie en bereken de totale tijd die het kost om de brug over te steken als je die strategie gebruikt. Ga na of de gretige methode altijd een optimale oplossing oplevert.

Opgave 3. Exercise 9.1.6.a. uit het boek van Levitin.

De opgave komt erop neer dat je met n positieve gehele getallen een zo groot mogelijke aaneengesloten reeks getallen moet kunnen maken door ze op alle mogelijke manieren op te tellen. De bedoeling is om de optimale rij “gewichten” op een gretige manier op te bouwen.

Opgave 4. Exercise 9.3.1.a,b,c uit het boek van Levitin.

Opmerking: zie voor het algoritme van Dijkstra ook de sheets en hieronder. In het algoritme aldaar worden alleen de kortste afstanden bepaald, maar de kortste paden zelf zijn eenvoudig te verkrijgen via een simpele aanpassing. Sla op de plek waar de labels worden aangepast de tak (v^*, v) op (dan wel overschrijf de oude tak ‘naar’ v) indien pad$[v]$ wordt aangepast tot pad$[v^*]+$ gewicht(v^*, v). Het pad via v^*, met als laatste tak (v^*, v), is dan blijkbaar korter dan het tot dusver gevonden pad via knopen van de oorspronkelijke U. Wanneer de knoop v^* wordt gekozen wordt de kandidaattak definitief. Deze tak maakt dan deel uit van het kortste pad van s naar v^*. Na afloop vormen al deze takken samen precies de boom bestaande uit alle kortste paden. In het boek worden niet de takken, maar de knoop waar je vandaan komt onthouden. Dit komt natuurlijk op hetzelfde neer.

Opgave 5. Exercise 9.3.2. uit het boek van Levitin.
Voer het algoritme uit zoals bij het voorbeeld op de sheets, door in de graaf steeds de kandidaatknopen met hun labels te markeren, en labels aan te passen indien nodig. Bouw ook de boom van kortste paden op, door samen met de keuze van v^* ook de tak die op het kortste pad ligt en v^* met de oorspronkelijke U verbindt, te markeren.

Opgave 6. Exercise 9.3.3. uit het boek van Levitin.
Een graaf met 3 knopen is al genoeg.

// invoer: samenhangende gewogen graaf $G = (V, E)$ en startknoop s
// uitvoer: array dat de lengtes van de kortste paden vanuit s bevat;
// na afloop is pad[v] = de lengte van een kortste pad van s naar v
// genereert ook de takken van de kortste paden boom

for $v \in V$ **do**
    pad[v] := ∞;
od
pad[s] := 0;
$U := \emptyset$;
while ($U \neq V$) **do**
    vind knoop $v^* \in V \setminus U$ met pad[v^*] minimaal;
    $U := U \cup \{v^*\}$;
    for alle knopen v aangrenzend aan v^* **do**
        if pad[v^*]+ gewicht(v^*, v) < pad[v] **then**
            pad[v] := pad[v^*]+ gewicht(v^*, v);
            nieuwe kandidaattak voor v: (v^*, v)
        fi
    od
od