

ALGORITMIEK: opgaven werkcollege 8

Divide and conquer (1 t/m 5);
Decrease and conquer (6 t/m 7);
Partitie (8 t/m 9)

Opgave 1. (naar Levitin, 4.1.1)

a. Geef een verdeel-en-heers algoritme (in pseudocode) voor het vinden van de index van het grootste arrayelement uit een array van n elementen. Hierbij moet het array in twee ongeveer gelijke delen worden verdeeld.

b. Geef voor $n = 2^k$ de recurrente betrekking waaraan $W(n)$ (= het aantal vergelijkingen) voldoet en laat zien dat $W(n) = n - 1$ door invullen in de recurrente betrekking.

c. Een brute force algoritme voor dit probleem loopt van links naar rechts door het array en houdt de tot dusver gevonden maximale waarde bij. Hoeveel vergelijkingen doet dit algoritme en welke van de twee algoritmen voor het probleem is te prefereren?

Opgave 2. (naar Levitin, 4.2.11)

We hebben een collectie van n moeren van verschillende diameter en n bijbehorende schroeven. Je mag een schroef en een moer “proberen” om te kijken of het past: je kunt zo te weten komen of de schroef te groot is voor de moer, of te klein, of dat hij precies past. Je kunt echter nooit twee moeren of twee schroeven vergelijken. Het probleem is nu om bij elke moer die ene passende schroef te vinden.

Geef een verdeel en heers algoritme (in woorden) dat het probleem oplost. Hint: stop eerst wat werk in het verdelen van het probleem in twee (kleinere) versies van het probleem.

Opgave 3. (Levitin, 4.3.5)

Lineair zoeken heeft dezelfde complexiteit wanneer je de te doorzoeken lijst implementeert via een enkelverbonden pointerlijst als wanneer je die implementeert via een array. Hoe zit dat met binair zoeken? (Uiteraard nemen we daarbij aan dat de lijst al gesorteerd is.)

Opgave 4. (Levitin, 4.5.2)

Bereken $2101 * 1130$ door het op college en Levitin 4.5 beschreven verdeel & heers (divide & conquer) algoritme toe te passen.

Opgave 5. (naar Levitin, 4.6.1)

a. We bekijken het eindimensionale closest-pair probleem: gegeven een verzameling van n reële getallen, vind de twee getallen die het dichtst bij elkaar liggen. Geef een verdeel & heers algoritme en sorteer de punten eerst. **b.** Geef ook een niet-recursief algoritme.

Opgave 6. (Levitin, 5.1.1)

Een groep van n soldaten moet een rivier oversteken. Er is geen brug, maar wel twee jongens met een roeiboort. De boot kan alleen de 2 jongens (of 1 van hen) dragen zonder te zinken, of één soldaat. *Vraag:* hoe kunnen alle soldaten aan de overkant komen zodat telkens minstens één van beide jongens op dezelfde oever is waar de boot is? Geef een decrease and conquer algoritme. Hoe vaak moet de boot overvaren? Hint: breng het probleem terug van n tot $n - 1$.

Opgave 7. (Levitin, 5.1.2)

Er staan $2n$ glazen naast elkaar in een rij. De eerste n daarvan zijn gevuld met limonade, de andere zijn leeg. Geef een decrease and conquer algoritme dat er door overgieten (een vol glas leeggieten in een leeg glas) voor zorgt dat de rij glazen afwisselend vol, leeg, vol, leeg, etc. wordt.

Opgave 8. (Levitin, 4.2.8)

Reorganiseer de elementen van een gegeven array A zodanig dat alle negatieve waarden voorafgaan aan de positieve. Het algoritme moet lineair zijn (en slechts één doorgang door het array maken) en in situ (alleen interne verwisselingen). Vergelijk het partitioneren (Partitie) van het array bij Quicksort.

Opgave 9. (Levitin, 4.2.9: Dutch Flag Problem)

Gegeven een array gevuld met 'R', 'W', en 'B'. Reorganiseer dit array zo dat van links naar rechts eerst alle 'R', dan de 'W' en dan de 'B' komen te staan. Het algoritme moet lineair zijn en in situ (alleen interne verwisselingen). Het mag maar één doorgang door het array maken.