

De eerste programmeeropgave — Chomp

Algoritmiëk voorjaar 2007, Universiteit Leiden

Toestand-actie-ruimte en strategie

Het tweepersoonsspel Chomp wordt gespeeld op een rechthoekig rooster, bestaande uit m rijen en n kolommen. De rechthoek stelt een reep chocola voor, bestaande uit $m \cdot n$ blokjes, waarvan het blokje linksboven (met coördinaten $(0,0)$) giftig is. De spelers moeten om de beurt een (niet lege) *hap* nemen. Degene die het giftige blokje opeet heeft uiteraard verloren. Een hap bestaat uit het aanwijzen van een blokje met coördinaten (i,j) , en het vervolgens rechtsonder weghalen (en opeten) van het rechthoekige stuk van de reep met het aangewezen blokje als linksbovenhoek. Iets preciezer: verwijderd wordt dus het rechthoekige stuk waarvoor geldt dat de eerste coördinaat $\geq i$ en de tweede coördinaat $\geq j$ is.

Een voorbeeld van een mogelijke beginsituatie, met $m = 3$ en $n = 4$:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|--------|---|---|---|---|
| * | X | X | X | (1,1) | * | X | X | X |
| X | X | X | X | -----> | X | | | |
| X | X | X | X | | X | | | |

Hierin geeft * het giftige blokje chocola aan, en X de gewone, niet-giftige blokjes. Veronderstel dat de beginnende speler blokje $(1,1)$ kiest, dan blijft vervolgens een L-vorm over. De tweede speler kiest daarna bijvoorbeeld $(0,1)$, hetgeen de volgende situatie overlaat:

| |
|---|
| * |
| X |
| X |

Het is nu duidelijk wat de eerste speler moet doen om te winnen: eet de onderste twee blokjes op (dus kies blokje $(1,0)$), en laat het giftige blokje liggen voor de tegenstander.

Het is bekend (en niet zo moeilijk in te zien) dat het spel winnend is voor de beginnende speler, voor elke m bij n (rechthoekige) reep. Er is echter niet bekend wat in het algemeen de winnende strategie is, dus welke happen de speler moet nemen om zeker te winnen. Voor een aantal gevallen is zo'n winnende strategie echter wel te vinden.

Bij deze programmeeropdracht moet een kort verslag gemaakt worden, waarin de volgende vragen/opdrachten beantwoord/uitgewerkt moeten worden. Het verslag is bij voorkeur getypt (bijv. in LaTeX), maar mag ook handgeschreven zijn; als het maar duidelijk is, zowel wat betreft inhoud als leesbaarheid.

1. Teken de toestand-actie-ruimte voor het geval $m = 2$ en $n = 3$. Geef bij elke toestand aan of deze winnend is of niet voor de speler die aan de beurt is. Bepaal zo de winnende zet en de winnende strategie.
2. Analyseer nu het algemenere geval $m = 2$ en n willekeurig. Wat is in dit geval de winnende strategie? Geef duidelijk toelichting.
3. Als er als tussenstand een L-vorm overblijft is die winnend als de poten van de L niet even

lang zijn, en anders verliezend. Leg dit uit en geef voor de winnende situatie aan hoe de aan de beurt zijnde speler kan winnen.

3. Dezelfde vraag als **1.**, maar nu voor het geval $m = 3$ en $n = 3$. Je hoeft hier een toestand waarvan je al gezien of bewezen hebt dat die winnend dan wel verliezend is niet meer helemaal uit te werken.

4. Bekijk nu het algemene geval dat de reep een vierkant is $m = n$ met $m, n \geq 2$. Wat is in dit geval de winnende strategie voor de beginnende speler?

Programma

Er moet een (brute force) programma worden geschreven dat voor willekeurige m en n de winnende zet oplevert. De resultaten moeten in een tabelletje in het verslag worden opgenomen. Nadere specificaties volgen zeer binnenkort. Houd daartoe de website van Algoritmiek goed in de gaten.