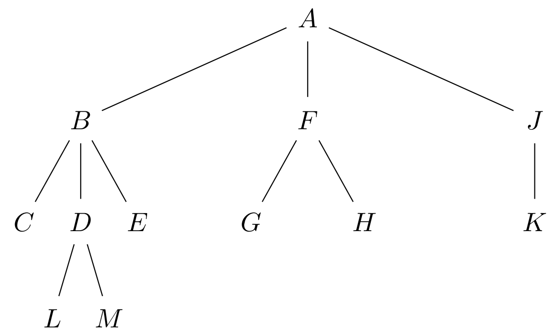
67) **a.** Teken alle (ongerichte) bomen (trees) met zes knopen.

b. Hoeveel *gerichte* bomen (gewortelde bomen/rooted trees) met zes knopen zijn er? Teken er minstens tien.

68) Bekijk de geordende, gewortelde boom T hieronder.



a. (i) Geef de bladeren van deze boom. (ii) Noteer de kinderen van knoop B. (iii) Wat zijn de voorouders van knoop M? (iv) Geef alle knopen op nivo 2, van links naar rechts.

b. Teken de corresponderende binaire boom T' [in eerste-kind-rechter-broer representatie].

c. Gegeven een geordende, gewortelde boom T met wortel R en deelbomen $T_1, T_2, \ldots, T_M$. Een postorde-wandeling van T wordt als volgt gedefinieerd:
(1) Doorloop de deelbomen $T_1, T_2, \ldots, T_M$ (in die volgorde) op postorde-manier.
(2) Bezoek de wortel R.

Laat T bovenstaande geordende, gewortelde boom zijn. Doorloop T op postorde-manier.

d. Geef een recursieve definitie voor een preorde-wandeling van een geordende, gewortelde boom T en bepaal deze voor bovenstaande voorbeeldboom.

e. Beschouw de binaire boom T' uit onderdeel **b.** Doe een preorde-, postorde- en symmetrische wandeling door T' en noteer de knopen in elk van die drie volgordes. Vergelijk deze wandelingen met de preorde- en postorde-wandeling van de oorspronkelijke geordende, gewortelde boom T.

69) **a.** Teken de vijf binaire bomen met drie knopen.

b. Als t_n het aantal binaire bomen is met n knopen, dan geldt de recurrente betrekking $t_{n+1} = \sum_{k=0}^{n} t_k t_{n-k}$, met $t_0 = 1$. Leg dit uit.

c. Hoeveel binaire bomen met 6 knopen zijn er?

70) **a.** Van een binaire boom T worden de knopen in preorde volgorde als volgt gegeven: $A, B, D, E, G, K, C, F, H, I$. De symmetrische ordening van de knopen van T is: $D, B, K, G, E, A, C, H, F, I$. Reconstrueer hieruit de binaire boom T en teken deze. Leg duidelijk uit hoe je aan je antwoord komt.

b. Met preorde en postorde samen kunnen we *niet* altijd de boom reconstrueren!. Laat dit zien door verschillende binaire bomen te tekenen waarvoor een preorde-wandeling A, B, C, D oplevert, en een postorde-wandeling D, C, B, A.

71) Beschouw de algebraïsche expressie: $E = \dfrac{(3x - 5z)^4}{a(2b + c^2)}$.

a. Teken de corresponderende geordende gewortelde boom T, waarbij je een pijl ($\uparrow$) gebruikt voor machtsverheffing, een sterretje (*) voor vermenigvuldiging, en een schuine streep (/) voor deling.

b. Gebruik T om E te herschrijven in Poolse prefix notatie (preorde).

c. Geef ook de postorde- en symmetrische notatie.

72) **a.** Zet een volledig stel haakjes in de expressie $1 - 2 - 3 - 4$.
Op hoeveel manieren kan dat?

b. Idem voor $1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7$.