

# Logica (I&E)

najaar 2017

<http://liacs.leidenuniv.nl/~vlietrvan1/logica/>

**Rudy van Vliet**

kamer 140 Snellius, tel. 071-527 2876  
rvvliet(at)liacs(dot)nl

college 6a, donderdag 12 oktober 2017

Semantische tableaux

*Als wij de bal hebben, kunnen zij niet scoren.*

A slide from lecture 6:

## 3.2. Semantische Tableaus

From [Van Benthem et al., 2003]:

Gevolgtrekking:

$$\phi_1, \dots, \phi_n / \psi$$

' $\psi$  volgt logisch uit  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ '

Model:

**Definitie 2.5.** Een waardering  $V$  heet een *model* van een formule  $\phi$  als geldt:  $V(\phi) = 1$ . ( $1 = \text{T}$ ,  $0 = \text{F}$ )

Model van formuleverzameling:

**Definitie 2.6.** Een waardering  $V$  heet een *model* van een formuleverzameling  $\Sigma = \{\phi_1, \dots, \phi_n\}$  als  $V(\phi_i) = 1$  voor elke  $\phi_i \in \Sigma$ .

*A slide from lecture 6:*

## 3.2. Semantische Tableaus

From [Van Benthem et al., 2003]:

Sequent:

$$\phi_1, \dots, \phi_n \circ \psi_1, \dots, \psi_m$$

Met  $m, n \geq 0$

Tegenvoorbeeld:

Een waardering  $V$  heet een *tegenvoorbeeld* van een sequent

$$\phi_1, \dots, \phi_n \circ \psi_1, \dots, \psi_m$$

als  $V(\phi_1) = \dots = V(\phi_n) = 1$  en  $V(\psi_1) = \dots = V(\psi_m) = 0$ .

*A slide from lecture 6:*

**Voorbeeld 3.8.**

$$p \rightarrow (q \rightarrow r) / (p \rightarrow q) \rightarrow r$$

## 3.4. Adequaatheid

### **Stelling 3.1.** *Adequaatheidsstelling*

Er geldt:

$$\phi_1, \dots, \phi_n \models \psi$$

dan en slechts dan als er een gesloten tableau voor  $\phi_1, \dots, \phi_n \circ \psi$  bestaat.

## 3.3. Consistentie

### Semantisch consistent

**Definitie 3.2.** Een formuleverzameling  $\Sigma = \{\phi_1, \dots, \phi_n\}$  is (semantisch) consistent als  $\Sigma$  (minstens) een model heeft. We zeggen ook dat  $\Sigma$  vervulbaar is.

### Inconsistent

## Semantisch consistent

**Definitie 3.2.** Een formuleverzameling  $\Sigma = \{\phi_1, \dots, \phi_n\}$  is (semantisch) consistent als  $\Sigma$  (minstens) een model heeft. We zeggen ook dat  $\Sigma$  vervulbaar is.

$\Sigma = \{\phi_1, \dots, \phi_n\}$  is consistent,  
als het tableau voor  $\phi_1, \dots, \phi_n \circ \dots$

## Semantisch consistent

**Definitie 3.2.** Een formuleverzameling  $\Sigma = \{\phi_1, \dots, \phi_n\}$  is (semantisch) consistent als  $\Sigma$  (minstens) een model heeft. We zeggen ook dat  $\Sigma$  vervulbaar is.

$\Sigma = \{\phi_1, \dots, \phi_n\}$  is consistent,  
als het tableau voor  $\phi_1, \dots, \phi_n$  open is.



**Voorbeeld 3.9.**

$$p \rightarrow (q \vee r), \neg q \rightarrow \neg r, \neg(q \wedge p), p \circ$$

Een formule  $\phi$  is een tautologie, als ...

Een formule  $\phi$  is een tautologie, als het tableau voor  $\neg\phi$  gesloten is.