

## ALGORITMIEK: opgaven werkcollege 12

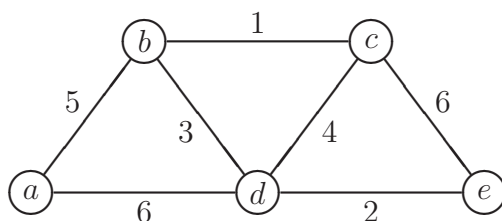
### Prim, Kruskal (1 t/m 3); Branch-and-bound (4 t/m 7)

**Opgave 1.** Apply Prim's algorithm to the following two graphs, starting in node  $a$ . Describe the algorithm's progress with a table of the following form (for **a.**):

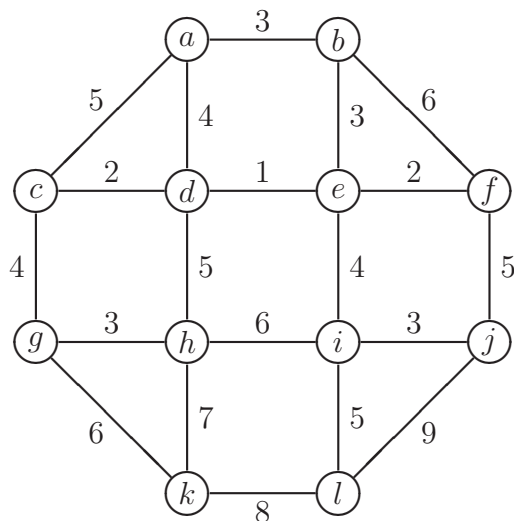
$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	Action
0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	...
		...			...

See the sheets of lecture 11 for a complete example of the use of this table.

**a.** (cf. Levitin: exercise 9.2.1.a)



**b.** (Levitin: exercise 9.1.9.b)



**Opgave 2.** (Levitin: exercise 9.2.1) Apply Kruskal's algorithm to the same two graphs as in exercise 1. For each step of the algorithm, mention explicitly which edge is considered for inclusion into the spanning tree, and why it is (not) included.

For each edge added by the algorithm for the graph in **a.**, also

- give the resulting disjoint subsets,
- the linked-list representation of these subsets,
- the rooted-tree representation of these subsets.

**Opgave 3.** (Levitin: exercise 9.2.2) Indicate whether the following statements are true or false, and motivate your answers:

- a. If  $e$  is a minimum weight edge in a connected weighted graph, it must be among edges of at least one minimum spanning tree of the graph.
- b. If  $e$  is a minimum weight edge in a connected weighted graph, it must be among edges of each minimum spanning tree of the graph.
- c. If edge weights of a connected weighted graph are all distinct, the graph must have exactly one minimum spanning tree.
- d. If edge weights of a connected weighted graph are not all distinct, the graph must have more than one minimum spanning tree.

**Opgave 4.** Los het toewijzingsprobleem op voor onderstaand voorbeeld met behulp van

- a. branch-and-bound, met de ondergrens op de te verwachten waarde van de object-functie via de rijen berekend (zoals het voorbeeld in het boek/college), en gebruikmakend van de best-first strategie
- b. branch-and-bound, met de ondergrens op de te verwachten waarde van de object-functie via de kolommen berekend, en gebruikmakend van de best-first strategie
- c. backtracking (kosten van deeloplossingen kunnen worden gebruikt om te snoeien)

en vergelijk de hoeveelheid snoeiwerk bij de drie methodes. Teken in alle drie de gevallen de bijbehorende state-space-tree (bij backtracking is een substantieel deel voldoende). Geef daarin ook aan in welke volgorde de knopen (=deeloplossingen) worden uitgebreid.

	W	X	Y	Z
Alice	4	7	3	5
Bob	6	2	9	1
Carol	3	9	5	3
David	1	1	1	8

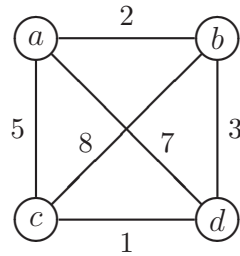
**d.** Hoeveel knopen bevat de state-space-tree van het branch-and-bound algoritme in het beste geval? Beantwoord deze vraag voor het voorbeeld (dus  $n = 4$ ), maar ook voor algemene  $n$ .

**Opgave 5.** (Opgave 12.2.5. uit het boek van Levitin.) Los de volgende instantie van het knapzakprobleem op met behulp van het branch-and-bound algoritme:

object	gewicht	waarde
1	10	100
2	7	63
3	8	56
4	4	12

knapzakcapaciteit  $W = 16$

**Opgave 6.** (Opgave 12.2.9. uit het boek van Levitin (zie tevens de college-slides).) Gebruik het branch-and-bound algoritme om het handelsreizigersprobleem op te lossen voor de volgende graaf:



Gebruik de in het boek gehanteerde ondergrens.

(In hoorcollege 5 hebben we dit probleem met exhaustive search opgelost.)

**Opgave 7.** Handelsreizigersprobleem: bedenk een andere ondergrens voor de te verwachten lengte van een Hamiltonkring en pas het branch-and-bound algoritme met die ondergrens toe op de graaf uit de vorige opgave en op de graaf uit het boek (p.465)/college.

Bijvoorbeeld: (1) lengte van huidige pad + som over: alle nog niet bezochte knopen en laatste knoop van huidige pad, van: voor elk van die knopen de lengte van de kortste tak incident met die knoop (de reeds in het huidige pad zittende takken uitgesloten)

of (2), manier 2 van de bijbehorende slide van college 11: lengte huidige pad + de lengtes van de  $(n - \text{het aantal takken in het huidige pad})$  kortste takken gesommeerd (voor zover die nog niet gebruikt zijn).