

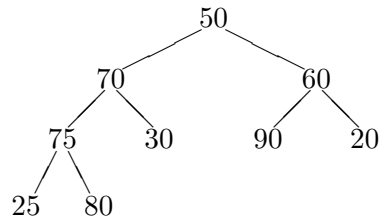
## ALGORITMIEK: opgaven werkcollege 12

### Heaps, heapsort (1 t/m 3); Branch-and-bound (4 t/m 7)

**Opgave 1.** Hoeveel verschillende heaps bestaan er met daarin de waarden 1 t/m 4? En met 1 t/m 5? En met 1 t/m 6?

**Opgave 2.** Maak een heap van onderstaande complete binaire boom:

- a. via de bottom up methode (heapify)
- b. via de top down methode



Vergelijk ook het aantal vergelijkingen/verwisselingen dat elke methode doet.

**Opgave 3.** Sorteert de rij 50, 70, 60, 75, 30, 90, 20, 25, 80 met behulp van heapsort. Laat tussenstappen zien.

**Opgave 4.** Los het toewijzingsprobleem op voor onderstaand voorbeeld met behulp van

- a. branch-and-bound, met de ondergrens op de te verwachten waarde van de objectfunctie via de rijen berekend (zoals het voorbeeld in het boek/college), en gebruikmakend van de best-first strategie
- b. branch-and-bound, met de ondergrens op de te verwachten waarde van de objectfunctie via de kolommen berekend, en gebruikmakend van de best-first strategie
- c. backtracking (kosten van deeloplossingen kunnen worden gebruikt om te snoeien)

en vergelijk de hoeveelheid snoeiwerk bij de drie methodes. Teken in alle drie de gevallen de bijbehorende state-space-tree (bij backtracking is een substantieel deel voldoende). Geef daarin ook aan in welke volgorde de knopen (=deeloplossingen) worden uitgebreid.

	W	X	Y	Z
Alice	4	7	3	5
Bob	6	2	9	1
Carol	3	9	5	3
David	1	1	1	8

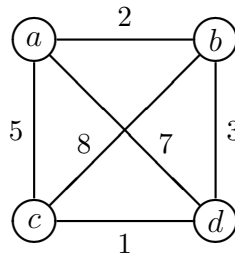
- d. Hoeveel knopen bevat de state-space-tree van het branch-and-bound algoritme in het beste geval? Beantwoord deze vraag voor het voorbeeld (dus  $n = 4$ ), maar ook voor algemene  $n$ .

**Opgave 5.** (Opgave 12.2.5. uit het boek van Levitin.) Los de volgende instantie van het knapzakprobleem op met behulp van het branch-and-bound algoritme:

object	gewicht	waarde
1	10	100
2	7	63
3	8	56
4	4	12

knapzakcapaciteit  $W = 16$

**Opgave 6.** (Opgave 12.2.9. uit het boek van Levitin (zie tevens de college-sheets).) Gebruik het branch-and-bound algoritme om het handelsreizigersprobleem op te lossen voor de volgende graaf:



Gebruik de in het boek gehanteerde ondergrens.  
(In hoorcollege 5 hebben we dit probleem met exhaustive search opgelost.)

**Opgave 7.** Handelsreizigersprobleem: bedenk een andere ondergrens voor de te verwachten lengte van een Hamiltonkring en pas het branch-and-bound algoritme met die ondergrens toe op de graaf uit de vorige opgave en op de graaf uit het boek (p.465)/college.

Bijvoorbeeld: (1) lengte van huidige pad + som over: alle nog niet bezochte knopen en laatste knoop van huidige pad, van: voor elk van die knopen de lengte van de kortste tak incident met die knoop (de reeds in het huidige pad zittende takken uitgesloten)

of (2), manier 2 van de bijbehorende sheet van college 11: lengte huidige pad + de lengtes van de  $(n - \text{het aantal takken in het huidige pad})$  kortste takken gesommeerd (voor zover die nog niet gebruikt zijn).