ALGORITMIEK: antwoorden werkcollege 3

opgave 4.

a. Toestand: een collectie rechthoeken bestaande uit damstenen (of X-en), elk maximaal m bij n groot. Ook is van belang wie er aan de beurt is. Alternatief: een m bij n-bord waarbij elk vakje leeg is of een damsteen (X) bevat. De damstenen vormen rechthoeken. (In de begintoestand hebben we één rechthoek met $m * n$ damstenen, in de eindtoestand hebben we geen enkele steen meer over.)
Een actie is het weghalen van een rij uit één der rechthoeken door H als deze aan de beurt is, resp. het weghalen van een kolom uit één der rechthoeken door V als deze aan de beurt is. Tevens het omklappen van de beurt.

b. Zie het bestand tad2014-03.pdf. Het spel is winnend voor V, die de eerste (of laatste) kolom moet weghalen en in zijn volgende zet de middelste kolom (zie in het plaatje de dubbele lijnen).

c. Uit de toestand-actie-ruimte uit **b.** zagen we al dat het geval 1 bij 3 winnend is voor V als die aan de beurt is. Hij neemt de middelste steen weg en wint in zijn volgende zet. Bekijk nu het geval 1 bij 5. Wil V winnen, dan moet hij in elk geval twee rijen overlaten (dus geen randkolom pakken). Als hij de tweede van links (of rechts, dat is symmetrisch) wegneem, blijven en een rij van 1 en een rij van 3 liggen. H kan maar één van de twee rijen weghalen. Er resteert dus X of XXX voor V. Beide gevallen zijn winnend voor V. Dus het geval 1 bij 5 is winnend voor V.
Nu het algemene geval. Om te winnen moet V de rij splitsen. Merk verder op dat als V een zet doet, er in totaal een even aantal stenen blijft liggen. V kan dus altijd zorgen dat hij splitst in twee oneven stapels. Hij kan dit bijvoorbeeld doen door de de tweede kolom van links weg te halen, waarbij er een rij van één steen en een rij van $n - 2$ stenen overblijven, beide van oneven lengte. H moet nu een van de twee rijen wegnemen, en er resteert weer een (kleinere) oneven rij met V aan de beurt. Als V deze strategie herhaalt zal hij uiteindelijk uitkomen op een rij van 1 steen, en wint.

d. Als n even is kan V ofwel de rij met één korter maken (en vervolgens haalt H die in zijn geheel weg, en wint dus meteen), of hij splitst de rij in een even en een oneven rij. Immers als hij een kolom weghaalt blijven er $n-1$ stenen liggen, en dat is oneven. Als H in dit geval de oneven rij in zijn geheel weghaalt blijft er een even rij liggen met V aan de beurt. Indien H deze strategie herhaalt komt V uiteindelijk uit op een 1 bij 2 rij, en dan verliest hij.