Tiny & Miny
5.7 & 5.8 uit Lessons in Play

Loes Dekker

21-04-2020

Tiny & Miny

$$\mathrm{Tiny}_G = \{0 \,|\, \{0 \,|\, -G\}\}$$
$$\mathrm{Miny}_G = \{\{G \,|\, 0\} \,|\, 0\}$$

Of :

$$\mathrm{Tiny}_G = \{0 \,\|\, 0 \,|\, -G\}$$
$$\mathrm{Miny}_G = \{G \,|\, 0 \,\|\, 0\}$$

Is Tiny_G infinitesimaal?

Een spel G is infinitesimaal als voor elk getal $x > 0$ geldt dat $-x < G < x$.

Is Tiny$_G$ infinitesimaal?

$\text{Tiny}_G = \{0 \mid \{0 \mid -G\}\}$

Links wint als ze als eerste speelt.
Links wint als ze als tweede speelt.

$\text{Tiny}_G > 0$.

Is Tiny_G positief infinitesimaal?

$$\text{Miny}_G = \{\{G \mid 0\} \mid 0\}$$

We nemen een $x > 0$ en kijken naar het spel $x - \text{Tiny}_G$.

Met behulp van stelling 5.18. weten we dat als rechts een winnende zet heeft dat deze in $-\text{Tiny}_G$ zit.

$-\text{Tiny}_G = \text{Miny}_G$

In Miny_G kan rechts als eerste speler enkel naar 0 spelen, dus wint links.

Is Tiny_G positief infinitesimaal?

$$\text{Tiny}_G = \{0 \mid \{0 \mid -G\}\}$$

In $x - \text{Tiny}_G$ kan links als eerste speler winnen door naar $x - 0$ te spelen.

$x - \text{Tiny}_G > 0$, dus $x > \text{Tiny}_G$.

$0 < \text{Tiny}_G < x$
Tiny_G is positief infinitesimaal.

infinitesimaal ten opzichte van een getal

Een spel $g > 0$ noemen we infinitesimaal ten opzichte van $h > 0$ als, for alle gehele getallen n, geldt dat $n \times g < h$.

Stelling 5.59.

Stelling 5.59. *Tiny_x is infinitesimaal ten opzichte van $\uparrow$ voor elke $x > 0$.*

Stelling 5.59.

Stelling 5.59. *Tiny_x is infinitesimaal ten opzichte van $\uparrow$ voor elke $x > 0$.*

Bewijs
We moeten laten zien dat:
$\uparrow - \; n{\times}\mathrm{Tiny}_x \geq 0 \quad = \quad \uparrow + \; n{\times}\mathrm{Miny}_x \geq 0.$

Stelling 5.59.

Stelling 5.59. *Tiny_x is infinitesimaal ten opzichte van $\uparrow$ voor elke $x > 0$.*

Bewijs
We moeten laten zien dat:
$\uparrow - \ n{\times}\text{Tiny}_x \geq 0 \quad = \quad \uparrow + \ n{\times}\text{Miny}_x \geq 0.$

Rechts zet een (willekeurige) zet.

Stelling 5.59.

Stelling 5.59. *Tiny_x is infinitesimaal ten opzichte van $\uparrow$ voor elke $x > 0$.*

Bewijs
We moeten laten zien dat:
$\uparrow - \ n \times \text{Tiny}_x \geq 0 \quad = \quad \uparrow + \ n \times \text{Miny}_x \geq 0.$

Rechts zet een (willekeurige) zet.
Links kan altijd een Miny_x naar $\{\, x \mid 0 \,\}$ spelen, tenzij enkel $\uparrow$ (of $*$) nog over is, in welk geval ze wint.

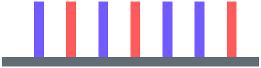
Stelling 5.59.

Stelling 5.59. *Tiny_x is infinitesimaal ten opzichte van $\uparrow$ voor elke $x > 0$.*

Bewijs
We moeten laten zien dat:
$\uparrow - \; n \times \mathrm{Tiny}_x \geq 0 \quad = \quad \uparrow + \; n \times \mathrm{Miny}_x \geq 0.$

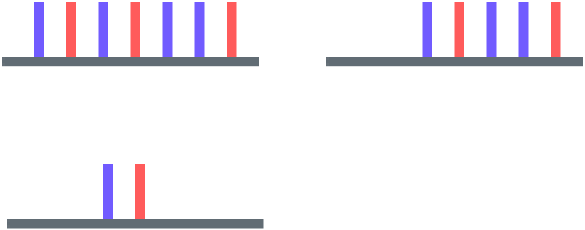
Rechts zet een (willekeurige) zet.
Links kan altijd een Miny_x naar $\{\, x \,|\, 0 \,\}$ spelen, tenzij enkel $\uparrow$ (of $*$) nog over is, in welk geval ze wint.
Als rechts niet lokaal terugspeelt kan ze naar x spelen en wint ze ook.

Vallende domino's - Spelregels

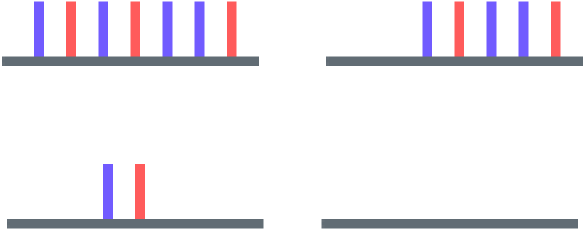


Vallende domino's - Spelregels

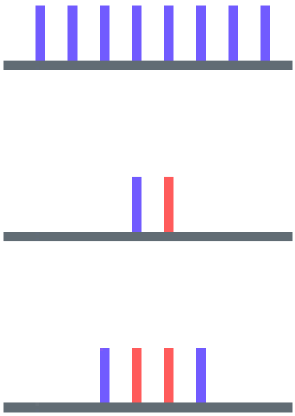
Vallende domino's - Spelregels



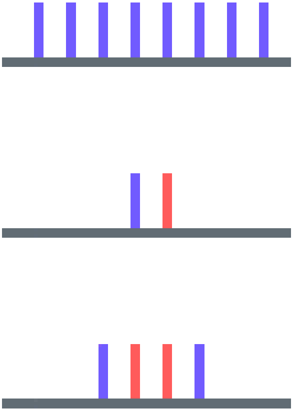
Vallende domino's - Spelregels



Vallende domino's



Vallende domino's

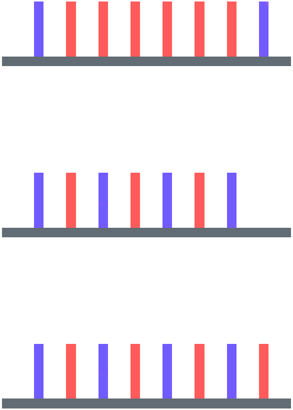


8

*

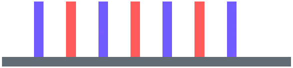
$\uparrow$

Vallende domino's

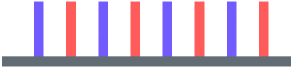


Vallende domino's

Tiny_4



$\frac{1}{8}$



$*4$

Vallende domino's - notatie

We gebruiken de volgende notatie:

L	blauwe steen
R	rode steen
nL	string van n blauwe stenen
nR	string van n rode stenen
α	strings van stenen (rood en/of blauw)

Vallende domino's - lemma 5.61.

Lemma 5.61. De uitkomst klasse van een dominobord wordt compleet bepaald bij door de eerste en laatste domino van de rij:

Vallende domino's - lemma 5.61.

Lemma 5.61. De uitkomst klasse van een dominobord wordt compleet bepaald bij door de eerste en laatste domino van de rij:

- De lege rij heeft waarde 0;

Vallende domino's - lemma 5.61.

Lemma 5.61. De uitkomst klasse van een dominobord wordt compleet bepaald bij door de eerste en laatste domino van de rij:

- De lege rij heeft waarde 0;
- $nL > 0$, en $L\alpha L > 0$;

Vallende domino's - lemma 5.61.

Lemma 5.61. De uitkomst klasse van een dominobord wordt compleet bepaald bij door de eerste en laatste domino van de rij:

- De lege rij heeft waarde 0;
- $nL > 0$, en $L\alpha L > 0$;
- $nR < 0$, en $R\alpha R < 0$;

Vallende domino's - lemma 5.61.

Lemma 5.61. De uitkomst klasse van een dominobord wordt compleet bepaald bij door de eerste en laatste domino van de rij:

- De lege rij heeft waarde 0;
- $nL > 0$, en $L\alpha L > 0$;
- $nR < 0$, en $R\alpha R < 0$;
- $L\alpha R \parallel 0$ en $R\alpha L \parallel 0$.

Opdracht 5.66.

Met $a \geq b \geq 0$ en $c \geq 0$ geef een domino positie met waarde $\{a \mid \{b \mid -c\}\}$.

Opdracht 5.66.

Met $a \geq b \geq 0$ en $c \geq 0$ geef een domino positie met waarde $\{a \mid \{b \mid -c\}\}$.

$G^L = a \times L$
$G^{RL} = b \times L$
$G^{RR} = c \times R$

Opdracht 5.66.

Met $a \geq b \geq 0$ en $c \geq 0$ geef een domino positie met waarde $\{a \mid \{b \mid -c\}\}$.

$G^L = a \times L$
$G^{RL} = b \times L$
$G^{RR} = c \times R$

$G = (b+1)L(c+2)R(a+1)L$

Conclusie

$\text{Tiny}_G = \{0 \,|\, \{0 \,|\, -G\}\}$
$\text{Miny}_G = \{\{G \,|\, 0\} \,|\, 0\}$

Tiny_G en Miny_G zijn infinitesimaal.

Tiny_G is infinitesimaal ten opzichte van $\uparrow$.