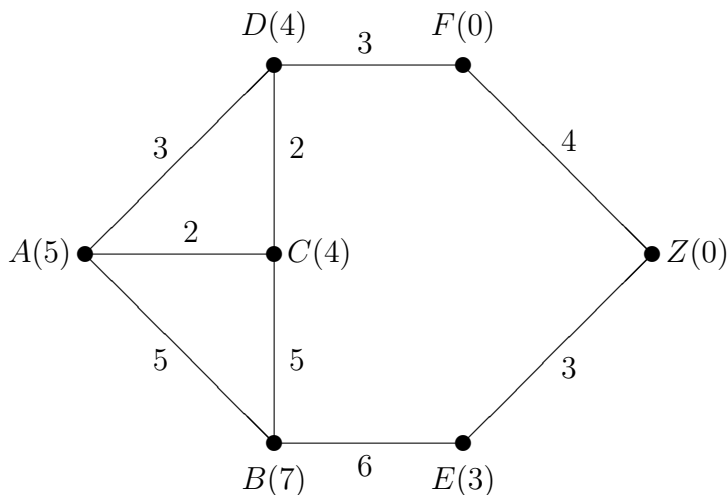


# Oude tentamens Kunstmatige intelligentie

## Universiteit Leiden — Informatica — 2001–2007

**Opgave 1.** A\* (20/100 punten; tentamen 1 juni 2001)

- (5 punten) Leg het A\*-algoritme uit.
- (2 punten) Wanneer heet een heuristisch *toelaatbaar* (= admissible)?
- (4 punten) Wat is de *pathmax equation* en waarvoor wordt deze gebruikt?
- (5 punten) Voer het A\*-algoritme uit voor onderstaande graaf. Gebruik zonodig de *pathmax equation*. Beginknoop is A, doelknoop is Z. Bij de knopen staat tussen haakjes de (overigens toelaatbare) heuristische functie. De kostenfunctie staat naast de takken van de graaf. Geef duidelijk aan hoe het algoritme verloopt.



- (4 punten) Wat is de effectieve vertakkingsgraad (= *effective branching factor*)  $b^*$  in dit geval? Geef de betreffende formule.

**Opgave 2.**  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme (20/100 punten; tentamen 1 juni 2001)

We bekijken het volgende spel voor twee personen. Het bestaat uit een drie bij drie bord met daarop de getallen 1 tot en met 9, en wel als volgt gerangschikt:

3	8	9
2	4	6
5	1	7

De eerste speler kiest een getal. De tweede speler kiest nu een getal dat in een andere rij en een andere kolom moet staan. De uitslag van het spel wordt bepaald door het getal uit de enige rij en kolom die nog nooit zijn aangewezen. Als dat lager dan 5 is heeft de eerste speler gewonnen, is het hoger dan 5 dan heeft de tweede speler gewonnen, en als het 5 is is het remise. Een voorbeeld: de eerste speler kiest 8, de tweede 5; de uitslag van het spel wordt bepaald door het getal 6: de tweede speler wint, en wel met 6 (het overblijvende getal) flippo's.

- (5 punten) Geef het gedeelte van de spelboom (= game tree) dat hoort bij de situatie waarbij de eerste speler een getal uit de eerste rij (dus 3, 8 of 9) kiest. Broerknopen worden in oplopend gesorteerde volgorde genoteerd.

- b. (5 punten) Beschrijf in woorden het *minimax-algoritme*.
- c. (5 punten) Voer dit uit voor de spelboom van a.
- d. (5 punten) Voer ook het  $\alpha$ - $\beta$ -*algoritme* uit voor deze spelboom, en geef duidelijk aan waar eventueel gesnoeid (= “gepruned”) wordt. Geef ook een korte rechtvaardiging voor dit snoeien.

**Opgave 3.** ID3 (20/100 punten; tentamen 1 juni 2001)

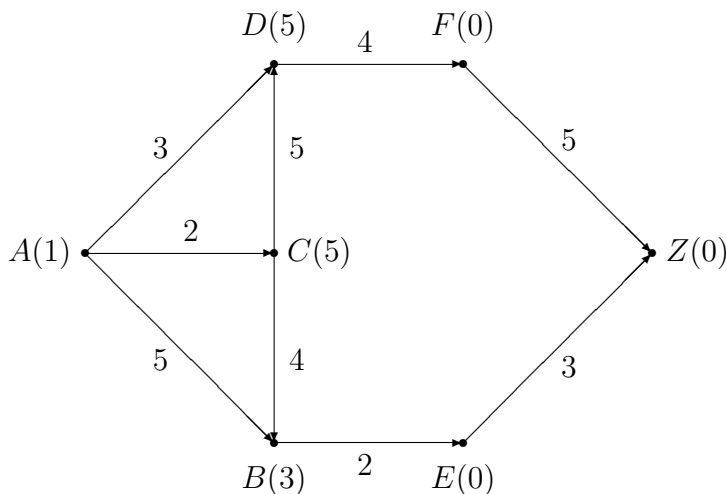
We hebben een database waarin een aantal voorbeelden aan de hand van een stel attributen beschreven worden; verder hebben we een Ja/Nee-classificatie voor deze voorbeelden.

- a. (10 punten) Leg uit hoe het *ID3-algoritme* werkt. Bij de uitleg mag vrijelijk gebruik gemaakt worden van de entropie  $I(p/(n+p), n/(n+p))$  ( $p$  is het aantal positieve voorbeelden,  $n$  het aantal negatieve), zonder deze nader uit te leggen of te definiëren.
- b. (5 punten) Geef een mogelijke oplossing voor het probleem dat zich voordoet als er bij het splitsen elkaar tegensprekende voorbeelden zijn.
- c. (5 punten) Geef een mogelijke aanpassing van het algoritme die voorkomt dat bij het splitsen attributen met zeer veel mogelijke waarden (zoals de datum) gekozen worden.

**Opgave 4.** Genetische algoritmen (20/100 punten; tentamen 1 juni 2001)

Stel dat we een lesrooster voor een school moeten maken, en dat we dat met een *genetisch algoritme* willen doen.

- a. (5 punten) Geef (in woorden) globaal aan hoe een eenvoudige codering van de oplossingen er uit zou kunnen zien.
- b. (5 punten) Geef (in woorden) aan hoe een evaluatiefunctie (= fitnessfunctie) er uit zou kunnen zien.
- c. (5 punten) Geef de drie standaard operatoren van een genetisch algoritme, waarbij één van de drie ook speciaal op dit probleem toegesneden moet zijn. Leg ze kort uit.
- d. (5 punten) Wanneer heet een genetisch algoritme *elitair*?



**Opgave 5.** A\* en IDA\* (20/100 punten; tentamen 13 augustus 2001)

- a. (6 punten) Leg het A\*-algoritme en het IDA\*-algoritme uit.
- b. (3 punten) Wanneer heet een heuristisch *toelaatbaar* (= admissible)?
- c. (5 punten) Wat is de *pathmax equation* en waarvoor wordt deze gebruikt?
- d. (6 punten) Voer het IDA\*-algoritme uit voor bovenstaande gerichte graaf. Gebruik zonnig de *pathmax equation*. Beginknoop is  $A$ , doelknoop is  $Z$ . Bij de knopen staat tussen haakjes de (overigens toelaatbare) heuristische functie. De kostenfunctie staat naast de takken van de graaf. Geef duidelijk aan hoe het algoritme verloopt.

**Opgave 6.**  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme (20/100 punten; tentamen 13 augustus 2001)

We spelen een variant van het *Nim-spel*, en wel met een tafel waarop 6 lucifers liggen. De beide spelers pakken om beurten 1, 2 of 3 lucifers. Als je lucifers moet pakken, terwijl die er niet meer zijn, heb je verloren.

- a. (5 punten) Teken de bijbehorende spelboom tot en met diepte 2 (wortel op diepte 0). Er zijn dus 9 bladeren. Evalueer de bladeren met de volgende evaluatiefunctie  $f$ , waarbij  $x$  het aantal lucifers op tafel is,  $y = 1$  als de eerste speler (MAX) aan de beurt is en  $y = -1$  als de tweede speler (MIN) aan de beurt is:  $f(0, y) = -7y$  en  $f(x, y) = (6 - x)y$  voor  $x \neq 0$ .
- b. (5 punten) Voer het *minimax-algoritme* uit voor de spelboom van **a**, en geef uitleg hierover.
- c. (5 punten) Voer ook het  *$\alpha$ - $\beta$ -algoritme* uit voor deze spelboom, en geef duidelijk aan waar eventueel gesnoeid (= “gepruned”) wordt. Geef ook een korte rechtvaardiging voor dit snoeien.
- d. (5 punten) Als bij **c** *niet* gesnoeid werd, geef dan een volgorde van kinderen en kleinkinderen waarbij *wel* gesnoeid wordt. Maar als bij **c** *wel* gesnoeid werd, geef dan een volgorde van kinderen en kleinkinderen waarbij *niet* gesnoeid wordt; geef ook nu weer een korte rechtvaardiging voor dit snoeien.

**Opgave 7.** Bayesiaanse netwerken (20/100 punten; tentamen 13 augustus 2001)

Lex en Mary gaan soms uit, en komen elkaar dan wel eens tegen. Of ze uitgaan hangt vooral van het weer af. We hebben de volgende kansen, waarbij  $Z$  staat voor zonnig weer,  $L$  respectievelijk  $M$  voor Lex/Mary gaat uit, en  $O$  voor ontmoeting; een streep boven een letter staat voor de ontkenning: zo betekent  $\bar{Z}$  niet zonnig. Er geldt:  $P(Z) = 0.3$ ,  $P(L|Z) = 0.6$ ,  $P(L|\bar{Z}) = 0.1$ ,  $P(M|Z) = 0.8$ ,  $P(M|\bar{Z}) = 0.3$ ,  $P(O|L, M) = 0.9$ ,  $P(O|\bar{L}, M) = 0.5$ ,  $P(O|L, \bar{M}) = 0.5$  en  $P(O|\bar{L}, \bar{M}) = 0.0$ .

- a. (3 punten) Teken het bijbehorende Bayesiaanse netwerk.
- b. (4 punten) Wat is de kans dat het zonnig is gegeven dat Lex en Mary elkaar ontmoeten? (Geef zonder al te veel details aan hoe de berekening verloopt.)
- c. (4 punten) En wat is de kans dat Lex en Mary elkaar ontmoeten als het zonnig is?
- d. (5 punten) Er zijn vier soorten queries; noem deze en leg ze kort uit. Tot welke soort horen de queries van **b** en **c**?
- e. (4 punten) Maak een nieuw netwerk, waarbij de twee knopen die met uitgaan te maken hebben gecombineerd worden tot één knoop. Geef de bijbehorende voorwaardelijke kansstabellen. Wat is het voordeel van een dergelijke aanpassing van het netwerk?

**Opgave 8.** Neurale netwerken (20/100 punten; tentamen 13 augustus 2001)

We willen met behulp van een *neuraal netwerk* op grond van tijdstip, temperatuur en precieze locatie een voorspelling maken voor windrichting en waterhoogte in een haven.

Daartoe maken we een netwerk met drie invoerknopen, drie verborgen knopen, en vijf uitvoerknopen (waaronder vier voor de windrichting: N/O/Z/W).

a. (5 punten) Leg uit waar “bias-kopen” (extra  $-1$ -inputs) voor nodig zijn. Ons netwerk krijgt er twee.

b. (5 punten) Teken de netwerkkarchitectuur. Geef kort in woorden aan hoe het *BackPropagation* algoritme werkt.

c. (7 punten) De leerregel voor gewichten  $W_{j,i}$  van verborgen laag naar uitvoerlaag luidt:  $W_{j,i} \leftarrow W_{j,i} + \alpha \times a_j \times Err_i \times g'(in_i)$ . Leg de hier gebruikte notaties uit en leidt deze regel met “gradient descent” af uit de errorfunctie  $E = 1/2 \sum_i Err_i^2$ .

d. (3 punten) Er is voor gekozen om de windrichting met vier uitvoerknopen te coderen. Wat is hiervan een nadeel, en geef een andere mogelijkheid.

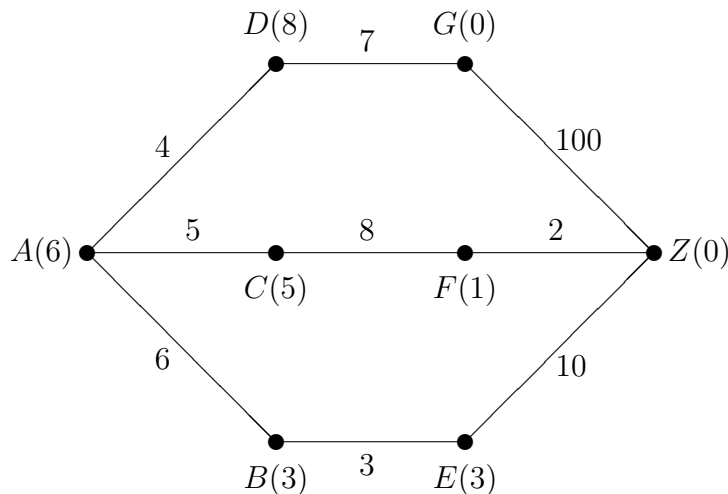
**Opgave 9.** A\*/IDA\* (20/100 punten; tentamen 5 juni 2002)

a. (6 punten) Leg het A\*-algoritme en het IDA\*-algoritme uit.

b. (2 punten) Noem een situatie waarin IDA\* bijzonder slecht presteert.

c. (4 punten) Wat is de *pathmax equation* en waarvoor wordt deze gebruikt?

d. (8 punten) Voer zowel het A\*-algoritme als het IDA\*-algoritme uit voor onderstaande graaf. Gebruik zonodig de pathmax equation. Beginknoop is  $A$ , doelknoop is  $Z$ . Bij de knopen staat tussen haakjes de (overigens toelaatbare) heuristische functie. De kostenfunctie staat naast de takken van de graaf. Geef duidelijk aan hoe de algoritmes verlopen.



**Opgave 10.**  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme (20/100 punten; tentamen 5 juni 2002)

We bekijken het volgende spel voor twee personen. Het speelt zich af op een drie bij drie bord met daarop de volgende getallen gerangschikt:

1	2	3
4	5	6
6	8	4

Het spel begint bij het middelste vakje met 5. De speler die aan de beurt is mag stoppen, en krijgt dan het getal uit het betreffende vakje. Anders wordt uit de vier directe burenen (drie of twee bij randvakjes) eerlijk = random een vervolgvakje gekozen, en is de ander aan de beurt. De eerste speler wil een zo laag mogelijk getal, de tweede zo hoog mogelijk.

- a. (5 punten) Geef de *spelboom* (= *game tree*) die hierbij hoort. Bedenk zelf een geschikte notatie voor “kansknopen”. Neem aan dat beide spelers maximaal één maal aan de beurt komen.
- b. (5 punten) Beschrijf in woorden het *minimax-algoritme*.
- c. (5 punten) Voer dit uit voor de spelboom van a, inclusief evaluaties van kansknopen.
- d. (5 punten) Nu mag de speler *zelf* bepalen met welk buurvakje het spel verder gaat. Voer het  $\alpha$ - $\beta$ -*algoritme* uit voor deze spelboom, en geef duidelijk aan waar gesnoeid (= “gepruned”) wordt. Geef ook een korte rechtvaardiging voor dit snoeien. Zorg ervoor dat de ordening van de knopen zo is dat er zoveel mogelijk gesnoeid kan worden.

**Opgave 11.** Bayesiaanse netwerken (20/100 punten; tentamen 5 juni 2002)

- a. (5 punten) Of we gaan TV-kijken hangt af van het weer (mooi/slecht) en of we het druk hebben (ja/nee). Teken het bijbehorende *Bayesiaanse netwerk*, zowel voor iemand die in een strandtent werkt als voor een ambtenaar. Zorg voor twee verschillende netwerken, en maak de keuzes aannemelijk. Welke kanstabellen moeten gegeven worden?
- b. (5 punten) Er zijn vier soorten queries; noem deze en leg ze kort uit.
- c. (5 punten) Geef van elke soort query een voorbeeld uit een van de netwerken van a.
- d. (5 punten) In een verre toekomst hangen voor een ambtenaar zowel het weer als het feit dat we het druk hebben af van het humeur van de leider. Maak allereerst het bijbehorende Bayesiaanse netwerk. Leg uit wat de “cutset conditioning methode” is, hoe deze werkt aan de hand van dit netwerk, en waarvoor deze in het algemeen gebruikt wordt.

**Opgave 12.** ID3 (20/100 punten; tentamen 5 juni 2002)

We hebben een database waarin een aantal voorbeelden aan de hand van een stel attributen beschreven worden; verder hebben we een Ja/Nee-classificatie voor deze voorbeelden.

- a. (10 punten) Leg uit hoe het *ID3-algoritme* werkt. Geef hierbij de definitie van de entropie  $I(p/(n+p), n/(n+p))$  ( $p$  is het aantal positieve voorbeelden,  $n$  het aantal negatieve). Geef met name aan wat er moet (kan) gebeuren in de vier verschillende “standaard”-gevallen, bijvoorbeeld als er bij het splitsen geen voorbeelden meer zijn.
- b. (5 punten) De volgende database geeft situaties uit het verleden aan. We willen een beslissingsboom maken om te kijken of we al of niet gaan TV-kijken, op grond van weer (mooi/gaat/slecht) en drukte. Maak de twee mogelijke beslissingsbomen met hoogte 2.

dag	weer	druk	TV-kijken
1	mooi	ja	nee
2	slecht	nee	ja
3	gaat	nee	ja
4	mooi	ja	nee
5	gaat	ja	nee
6	slecht	ja	ja

- c. (5 punten) Reken voor de boom met als wortelvraag de vraag naar het weer, de entropiewinst (“gain”) uit voor deze eerste vraag.

**Opgave 13.** Neurale netwerken (20/100 punten; tentamen 5 juni 2002)

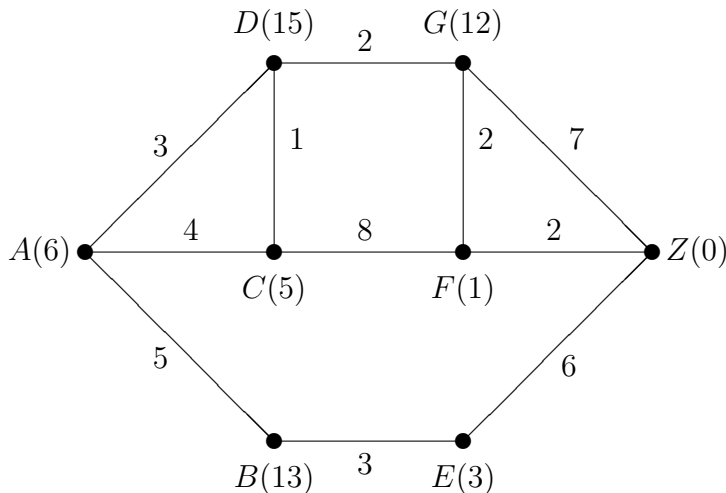
Stel we maken een *neuraal netwerk* met één invoerlaag en één uitvoerlaag, en geen verborgen lagen.

- a. (5 punten) Leg uit waar “bias-kopen” (extra  $-1$ -inputs) voor nodig zijn.

- b. (5 punten) Teken de netwerkarchitectuur. Geef kort in woorden aan hoe het *BackPropagation* algoritme werkt.
- c. (7 punten) Leid met “gradient descent” de leerregel voor gewichten  $W_{j,i}$  van invoerlaag naar uitvoerlaag af uit de errorfunctie  $E = 1/2 \sum_i (T_i - O_i)^2$ . Hierbij is  $T_i$  de  $i$ -de target, en  $O_i$  de  $i$ -de net-uitvoer. De  $i$ -de uitvoerknoop levert  $O_i$  zoals gebruikelijk door de  $g$ -functie los te laten op  $in_i$ , de met de  $W_{j,i}$ ’s gewogen som van zijn invoeren. De  $j$ -de invoer is  $I_j$ .
- d. (3 punten) Wat is *overfitting*?

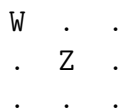
**Opgave 14.** A\*/IDA\* (20/100 punten; tentamen 12 augustus 2002)

- a. (6 punten) Leg het A\*-algoritme en het IDA\*-algoritme uit.
- b. (2 punten) Noem een situatie waarin IDA\* bijzonder slecht presteert.
- c. (2 punten) Wanneer is een heuristische functie *admissibel* (= *toelaatbaar*)?
- d. (2 punten) In onderstaande graaf is de beginknoop  $A$ , en de doelknoop  $Z$ . De kostenfunctie staat naast de takken. Bij de knopen staat tussen haakjes de heuristische functie. Vervang op de plaatsen waar deze functie niet admissibel is de waarde door 0.
- e. (8 punten) Voer zowel het A\*-algoritme als het IDA\*-algoritme uit voor deze graaf. Gebruik zonodig de *pathmax equation*. Geef duidelijk aan hoe de algoritmes verlopen.



**Opgave 15.**  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme (20/100 punten; tentamen 12 augustus 2002)

We bekijken het volgende spel voor twee personen. Het speelt zich af op een in eerste instantie leeg drie bij drie bord. Om en om, te beginnen met W, zetten de spelers W en Z een eigen schijf op een tot dan toe leeg vakje. Na twee zetten kan het er zo uit zien:



De speler die de meeste vakjes kan “zien” (als een dame in het schaakspel: horizontaal, verticaal en diagonaal) wint, en hoe meer verschil des te beter. Zijn het er evenveel, dan is het spel remise. In het voorbeeld ziet W er 4 en ziet Z er 7, en dus wint Z. Je kunt niet door andere schijven heen kijken; vakjes waar een schijf staat tellen niet mee.

- a. (5 punten) Geef de *spelboom* (= *game tree*) die hierbij hoort. Neem aan dat beide spelers één maal aan de beurt komen. Gebruik zoveel mogelijk symmetrie!
- b. (5 punten) Beschrijf in woorden het *minimax-algoritme*.

- c. (5 punten) Voer dit uit voor de boom van **a**. Maak zelf een geschikte evaluatiefunctie.
- d. (5 punten) Voer het  $\alpha$ - $\beta$ -*algoritme* uit voor de spelboom, en geef duidelijk aan waar gesnoeid (= “gepruned”) wordt. Geef ook een korte rechtvaardiging voor dit snoeien. Zorg ervoor dat de ordening van de knopen zo is dat er *zoveel mogelijk* gesnoeid kan worden.

**Opgave 16.** ID3 (20/100 punten; tentamen 12 augustus 2002)

We hebben een database waarin een aantal voorbeelden aan de hand van een stel attributen beschreven worden; verder hebben we een Ja/Nee-classificatie voor deze voorbeelden.

**a.** (10 punten) Leg uit hoe het *ID3-algoritme* werkt. Geef hierbij de definitie van de entropie  $I(p/(n+p), n/(n+p))$  ( $p$  is het aantal positieve voorbeelden,  $n$  het aantal negatieve). Geef met name aan wat er moet (kan) gebeuren in de vier verschillende “standaard”-gevallen, bijvoorbeeld als er bij het splitsen geen voorbeelden meer zijn.

**b.** (5 punten) De volgende database geeft situaties uit het verleden aan. We willen een beslissingsboom maken om te kijken of een film goed of slecht is, op grond van de acteurs en de lengte. Maak de twee mogelijke beslissingsbomen met hoogte 2.

dag	acteurs	lengte	film goed?
1	slecht	kort	ja
2	goed	lang	ja
3	gaat	lang	ja
4	slecht	kort	nee
5	gaat	kort	nee
6	goed	kort	ja

c. (5 punten) Reken voor de boom met als wortelvraag de vraag naar de acteurs, de entropie-winst (“gain”) uit voor deze eerste vraag.

**Opgave 17.** Genetische algoritmen (20/100 punten; tentamen 12 augustus 2002)

Stel dat we een handelsreizigersprobleem op willen lossen, en dat we dat met een *genetisch algoritme* willen doen. Gegeven zijn steden en al hun onderlinge afstanden, gezocht een kortste route die alle steden bezoekt, en eindigt waar de route begonnen is.

**a.** (5 punten) Geef (in woorden) aan hoe een genetisch algoritme er in het algemeen uit ziet.

**b.** (5 punten) Geef (in woorden) aan hoe een *evaluatiefunctie* (= *fitnessfunctie*) er in dit speciale geval uit zou kunnen zien.

**c.** (5 punten) Geef aan hoe *crossover* en *mutatie* in dit speciale geval zouden kunnen werken.

**d.** (5 punten) Wanneer heet een genetisch algoritme *elitair*?

**Opgave 18.** A\*/IDA\* (20/100 punten; tentamen 25 juni 2003)

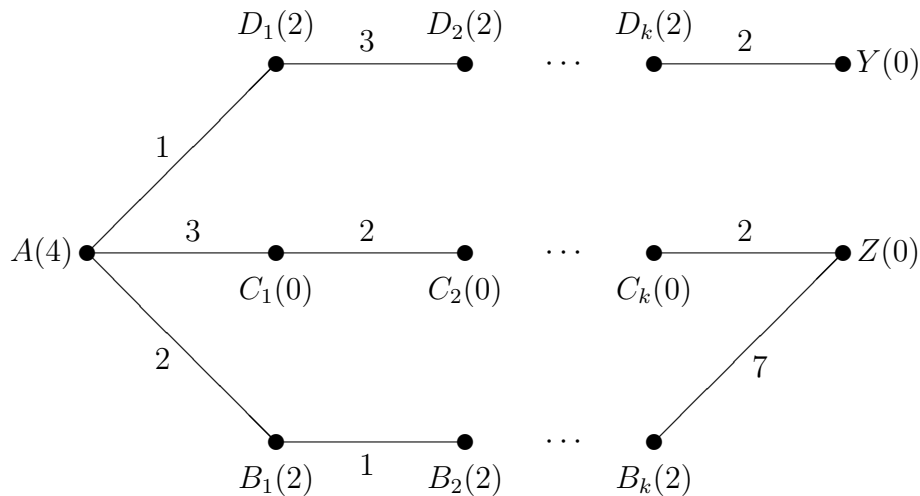
**a.** (6 punten) Leg het A\*-algoritme en het IDA\*-algoritme uit.

**b.** (3 punten) Stijgen bij het A\*-algoritme de  $f$ -waarden langs de paden altijd? Zo nee, wat kun je hieraan doen?

**c.** (7 punten) Voer het A\*-algoritme uit voor onderstaande graaf; hierbij is  $k$  een vast positief geheel getal, minstens 2. Gebruik zondig de pathmax equation. Beginknoop is  $A$ , doelknopen zijn  $Y$  en  $Z$ . Bij de knopen staat tussen haakjes de (overigens admissibele) heuristische functie. De kostenfunctie staat naast de takken van de graaf; tussen de  $B_i$ -knopen zit steeds gewicht 1, tussen de  $C_i$ 's steeds 2 en tussen de  $D_i$ 's steeds 3. Geef

duidelijk aan hoe het algoritme verloopt, en met name in welke volgorde de knopen ontwikkeld worden.

d. (4 punten) Leg uit waarom in dit geval het IDA\*-algoritme niet zo prettig werkt.



**Opgave 19.**  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme (20/100 punten; tentamen 25 juni 2003)

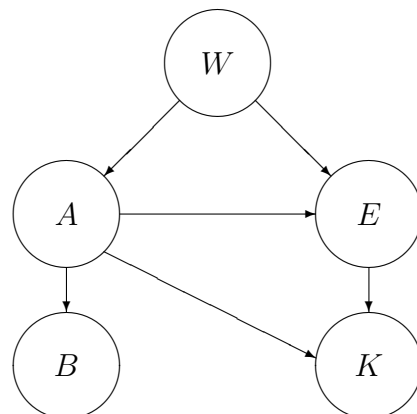
We bekijken het nevenstaande spel voor twee personen. Als speler I aan de beurt is wordt eerst een eerlijke munt geworpen. Is het kop, dan moet de speler de eerste *of* de tweede rij aanwijzen, anders de tweede *of* de derde. Bij speler II gaat het hetzelfde, alleen met de kolommen. Het getal op de kruising van de aangewezen rij en kolom bepaalt de einduitslag. Speler I wil uiteindelijk zo hoog mogelijk eindigen, speler II zo laag mogelijk.

6	8	3
1	2	5
9	2	4

- a. (5 punten) Geef de *spelboom* (= *game tree*) die hierbij hoort.
- b. (5 punten) Beschrijf in woorden het *minimax-algoritme*, ook voor het geval met kansen.
- c. (5 punten) Voer dit uit voor de spelboom van a.
- d. (5 punten) Voer het  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme uit voor de spelboom zonder kansen, waarbij de speler die aan de beurt is de uitslag van de munt mag bepalen. Geef duidelijk aan waar gesnoeid (= "gepruned") wordt. Geef ook een korte rechtvaardiging voor dit snoeien. Zorg ervoor dat de ordening van de knopen zo is dat er zoveel mogelijk gesnoeid kan worden!

**Opgave 20.** Bayesiaanse netwerken (20/100 punten; tentamen 25 juni 2003)

a. (3 punten) We hebben een *Bayesiaans netwerk* voor het verband tussen het winnen van een prijs ( $W$ ) en het blij zijn van een gezin, bestaande uit ouders Alfred ( $A$ ) en Ellen ( $E$ ), zoon Kurt ( $K$ ) en hond Bonzo ( $B$ ). We gebruiken kleine letters als volgt:  $b$  betekent dat Bonzo blij is,  $\bar{w}$  betekent dat de prijs niet gewonnen is, etcetera. Welke kanstabellen moeten gegeven zijn, en met welke kansen erin?



b. (2 punten) Geef een voorbeeld van een voorwaardelijke onafhankelijkheid, beginnend met  $P(B|A) = \dots$

c. (3 punten) Druk de kans  $P(b|\bar{w})$  dat Bonzo blij is, gegeven dat de prijs niet is gewonnen,



uit in uit de tabellen bekende kansen.

d. (4 punten) Idem voor Kurt:  $P(k|\bar{w})$ .

e. (4 punten) Druk de kans  $P(a|\bar{b}, w)$  dat Albert blij is, gegeven dat de prijs is gewonnen, maar Bonzo niet blij is, uit in uit de tabellen bekende kansen.

f. (4 punten) Er zijn vier soorten queries; noem deze en leg ze kort uit. Tot welke soort(en) behoren de queries van **c**, **d** en **e**?

**Opgave 21.** Theorie (diversen) (20/100 punten; tentamen 25 juni 2003)

a. (5 punten) Leg de *least constraining value* heuristiek bij Constraint satisfaction problemen uit. Geef een voorbeeld voor een graafkleuringsprobleem.

b. (5 punten) De omgeving voor een agent kan statisch of dynamisch zijn. Wat betekent het tussengeval *semidynamisch*? Geef een voorbeeld.

c. (5 punten) Geef een voorbeeld van een eenvoudig niet lineair te scheiden probleem. Leg uit waarom een perceptron een dergelijk probleem niet kan oplossen.

d. (5 punten) Geef het verschil tussen single-point crossover en uniform crossover bij Genetische Algoritmen.

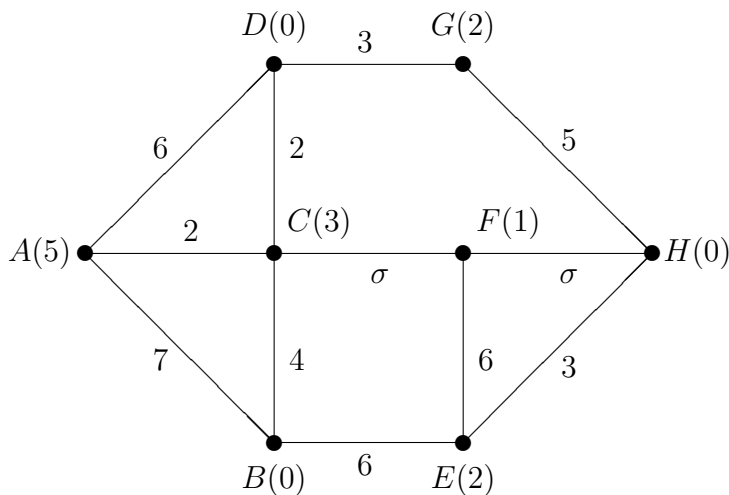
**Opgave 22.** A\*/IDA\* (20/100 punten; tentamen 4 juni 2004)

a. (6 punten) Leg het A\*-algoritme en het IDA\*-algoritme uit. Geef expliciet de formule voor  $f$  en denk aan de stop-conditie. Geef aan waarin A\* en IDA\* verschillen.

b. (3 punten) Stijgen bij het A\*-algoritme de  $f$ -waarden langs de paden altijd? Zo nee, wat kun je hieraan doen?

c. (3 punten) Bekijk onderstaande ongerichte graaf. Beginknoop is  $A$ , doelknoop is  $H$ . Bij de knopen staat tussen haakjes de heuristische functie. De kostenfunctie staat naast de takken van de graaf. Geef aan voor welke waarden van  $\sigma > 0$  de heuristiek admissibel is.

d. (8 punten) Voer het IDA\*-algoritme uit voor deze graaf. Neem aan dat  $\sigma$  zo is dat de heuristiek admissibel is. Gebruik zondig de pathmax equation. Geef duidelijk aan hoe het algoritme verloopt, en met name in welke volgorde knopen ontwikkeld worden. Dit hangt af van de waarde van variabele  $\sigma$ !



**Opgave 23.**  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme (20/100 punten; tentamen 4 juni 2004)

We bekijken het nevenstaande spel voor twee personen. Speler **A** kiest een getal en streept dit getal (bijvoorbeeld 3) en getallen er recht onder en rechts ervan (6 en 9) weg; dit moeten er samen minstens 3 zijn, dus bijvoorbeeld 8 of 9 mogen niet als eerste zet. Daarna doet Speler **B** analoog (bijvoorbeeld 1, en ook 2, 4 en 7 verdwijnen; 5 en 8 blijven). De som van de overgebleven getallen ( $5 + 8 = 13$ ) is de uitkomst van het spel. Speler **A** wil uiteindelijk zo hoog mogelijk eindigen, speler **B** zo laag mogelijk — of juist andersom (%).

1	2	3
4	5	6
7	8	9

- (5 punten) Geef de *spelboom* (= *game tree*) die hierbij hoort.
- (5 punten) Beschrijf in woorden het *minimax-algoritme*.
- (5 punten) Voer dit uit voor de spelboom van **a**, voor beide opties bij (%).
- (5 punten) Voer het  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme uit voor beide opties. Geef ook een korte rechtvaardiging voor het snoeien. Zorg ervoor dat de ordening van de knopen zo is dat er in beide gevallen zoveel mogelijk gesnoeid kan worden!

**Opgave 24.** Neurale Netwerken (20/100 punten; tentamen 4 juni 2004)

- (5 punten) Geef een Neuraal Netwerk met twee invoeren en één uitvoer, dat de XOR-functie (de “exclusieve of”) berekent.
- (5 punten) Waarom kan een netwerk zonder verborgen knopen de functie van **a** niet realiseren? Leg uit.
- (5 punten) Leid de *Backpropagation* update/leerregel voor een gewicht  $W_{ij}$  op de tak van verborgen knoop  $j$  naar uitvoerknoop  $i$  af. Gebruik leersnelheid  $\alpha$ , doelwaarde  $T_i$ , net-uitvoer  $O_i$  en activatie  $a_j$ .
- (5 punten) Wat heeft *Ockham’s razor* te maken met het aantal verborgen knopen?

**Opgave 25.** Constraint Satisfaction Problemen (20/100 punten; tentamen 4 juni 2004)

We willen de knopen in de graaf van Opgave 22 met maximaal 3 kleuren zo kleuren dat aangrenzende knopen verschillend gekleurd zijn. We moeten uiteraard zo weinig mogelijk kleuren gebruiken.

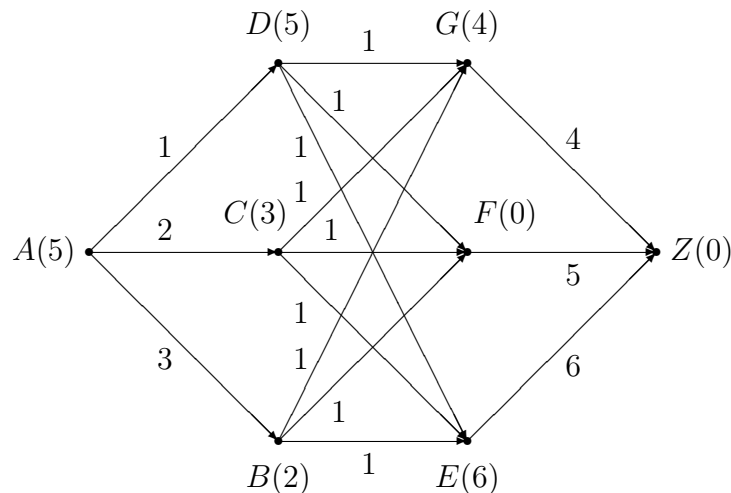
- (4 punten) Formuleer dit als een *Constraint Satisfaction Probleem*.
- (4 punten) Leg uit hoe de “most constrained variable” (= “minimum remaining values”) heuristiek werkt.
- (4 punten) Leg uit hoe de “most constraining variable” heuristiek werkt, en geef aan waar deze in het algemeen goed gebruikt kan worden.
- (4 punten) Leg uit hoe de “least constraining value” heuristiek werkt.
- (4 punten) Kleur de graaf van Opgave 22. Maak hierbij van alle drie de heuristieken minstens één maal verstandig gebruik, en geef duidelijk aan wanneer welke methode benut wordt.

**Opgave 26.** Theorie (diversen) (20/100 punten; tentamen 4 juni 2004)

- (5 punten) De omgeving voor een agent kan deterministisch of stochastisch zijn. Wat betekent het tussengeval *strategisch*? Geef van alle drie een voorbeeld.
- (10 punten) Leg uit hoe het *ID3-algoritme* om beslissingsbomen te maken werkt. De definitie van de entropie  $I(p/(n+p), n/(n+p))$  ( $p$  is het aantal positieve voorbeelden,  $n$  het aantal negatieve) moet hierbij ook gegeven te worden. Geef met name aan wat er moet (kan) gebeuren in de vier verschillende “standaard”-gevallen, bijvoorbeeld als er bij het splitsen geen attributen meer zijn.
- (5 punten) Leg uit wat het verschil is tussen *single-point* en *uniform crossover* bij Genetische Algoritmen.

**Opgave 27.** A\*/IDA\* (20/100 punten; tentamen 3 juni 2005)

- a. (6 punten) Leg het A\*-algoritme en het IDA\*-algoritme uit. Geef expliciet de formule voor  $f$  en denk aan de stop-conditie. Geef aan waarin A\* en IDA\* verschillen.
- b. (3 punten) Bekijk onderstaande gerichte graaf. Beginknoop is A, doelknoop is Z. De kostenfunctie staat naast de pijlen in de graaf. Bij de knopen staat tussen haakjes de heuristische functie. Laat zien dat deze *admissibel* is.
- c. (7 punten) Voer het IDA\*-algoritme uit voor deze graaf. Gebruik zonedig de *pathmax equation*. Geef duidelijk aan hoe het algoritme verloopt, en met name in welke volgorde knopen ontwikkeld worden.
- d. (4 punten) Geef nieuwe admissibele heuristische waarden bij de knopen zodanig dat het IDA\*-algoritme in één keer het kortste pad vindt.



**Opgave 28.**  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme (20/100 punten; tentamen 3 juni 2005)

We spelen het volgende tweepersoons spel. Er zijn 4 kaarten:  $\{1, 2, 3, 4\}$ . Speler A trekt een willekeurige kaart, zeg  $i$ . Als A past, wint B met  $i$  punten. B mag de kaart van A zien. Als A (door)speelt trekt B een kaart, zeg  $j$ . Als B past, wint A met  $j$  punten. Als B ook (door)speelt wint de persoon met de hoogste kaart met  $|i - j|$  (absolute waarde van  $i - j$ ) punten. De spelers trekken “blind” de kaarten. Ze willen met zoveel mogelijk punten winnen.

- a. (4 punten) Geef de *spelboom* (= *game tree*) die hierbij hoort. Denk aan de kansknopen.
- b. (4 punten) Beschrijf in woorden het *minimax-algoritme*.
- c. (4 punten) Voer dit uit voor de spelboom van a.
- d. (4 punten) Nu mogen de spelers hun eigen kaart kiezen. Geef opnieuw de spelboom en voer het minimax-algoritme uit. Tip: A heeft nu 8 keuzes, B telkens 6.
- e. (4 punten) Voer het  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme uit, in de situatie van d. Geef ook een korte rechtvaardiging voor het snoeien. Zorg ervoor dat de ordening van de knopen zo is dat er zoveel mogelijk gesnoeid kan worden!

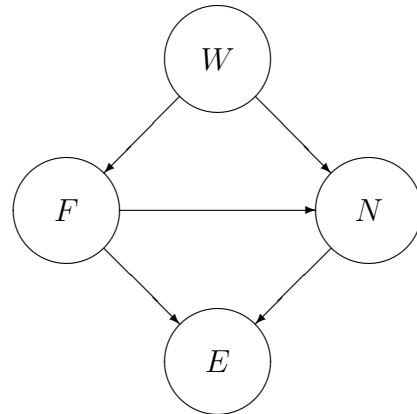
**Opgave 29.** Neurale netwerken (20/100 punten; tentamen 3 juni 2005)

- a. (5 punten) Geef een *neuraal netwerk* met twee invoeren en één uitvoer, dat de XOR-functie (de “exclusieve of”) berekent.
- b. (5 punten) Waarom kan een netwerk zonder verborgen knopen de functie van a niet realiseren? Leg uit.

- c. (5 punten) Leid de *Backpropagation* update/leerregel voor een gewicht  $W_{ij}$  op de tak van verborgen knoop  $j$  naar uitvoerknoop  $i$  af. Gebruik leersnelheid  $\alpha$ , doelwaarde  $T_i$ , net-uitvoer  $O_i$  en activatie  $a_j$ .
- d. (5 punten) Je kunt in- en uitvoeren *locaal* en *gedistribueerd coderen*. Leg dit uit.

**Opgave 30.** Bayesiaanse netwerken (20/100 punten; tentamen 3 juni 2005)

a. (4 punten) We hebben een *Bayesiaans netwerk* voor het verband tussen het mooie weer ( $W$ ), de verkiezingsuitslag ja/nee in Frankrijk ( $F$ ) en Nederland ( $N$ ), en de totale Europese uitslag ( $E$ ). We gebruiken kleine letters als volgt:  $e$  betekent dat de Europese uitslag ja (true) is,  $\bar{w}$  betekent dat het weer slecht (false) is, etcetera. Welke kanstabellen moeten gegeven zijn, en met welke kansen erin?



b. (4 punten) Geef een voorbeeld van een *voorwaardelijke onafhankelijkheid*:  $P(E|\dots) = \dots$

c. (4 punten) Druk de kans  $P(e|\bar{w})$  dat Europa ja zegt, gegeven dat het weer slecht is, uit in uit de kanstabellen van **a** bekende kansen.

d. (4 punten) Druk de kans  $P(f|\bar{e}, w)$  dat Frankrijk ja stemt, gegeven dat Europa nee zegt, terwijl het mooi weer is, uit in uit de kanstabellen van **a** bekende kansen.

e. (4 punten) Er zijn vier soorten queries; noem deze en leg ze kort uit. Tot welke soort(en) behoren de queries van **c** en **d**?

**Opgave 31.** Theorie (diversen) (20/100 punten; tentamen 3 juni 2005)

a. (7 punten) Geef een korte “PEAS” beschrijving van een meerpersoons autoracespel dat via internet gespeeld wordt, en waarbij met op afstand bestuurbare auto’s gereden wordt. Vertel ook waar de “PEAS” afkortingen van zijn.

b. (7 punten) Wat is de overeenkomst en wat het verschil tussen de *Minimum Remaining Values* heuristiek en de *Most Constraining Variable* heuristiek bij *Constraint Satisfaction Problemen*?

c. (6 punten) Stel je bent met een “current best hypothesis” aan het leren. Wat kun je doen als je een “false positive” voorbeeld tegenkomt, en wat bij een “false negative” voorbeeld? Geef uitleg.

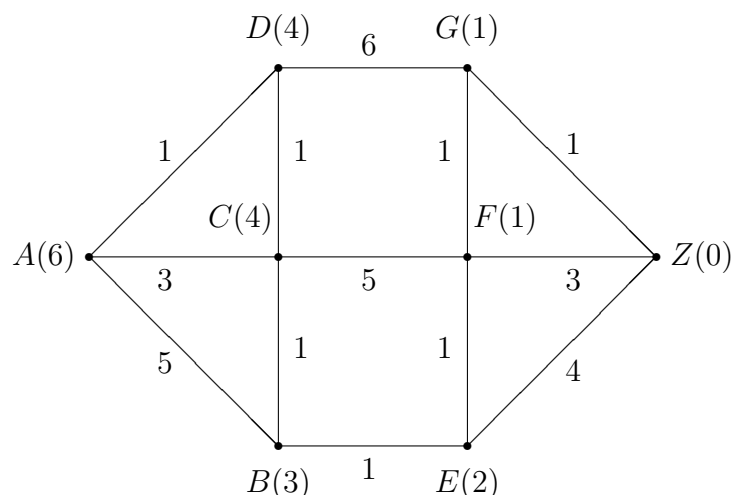
**Opgave 32.** A\*/IDA\* (20/100 punten; tentamen 20 juni 2006)

a. (8 punten) Leg het A\*-*algoritme* en het IDA\*-*algoritme* uit. Geef expliciet de formule voor  $f$  (wat zijn  $g$  en  $h$ ?) en denk aan de stop-conditie.

b. (4 punten) Geef aan waarin A\* en IDA\* verschillen, met name op het gebied van geheugengebruik.

c. (8 punten) Bekijk onderstaande *ongerichte* graaf. Beginknoop is A, doelknoop is Z. De kostenfunctie staat naast de takken in de graaf. Bij de knopen staat tussen haakjes de *admissibele* heuristische functie  $h$ .

Voer het IDA\*-*algoritme* uit voor deze graaf. Gebruik zonodig de *pathmax equation*. Geef duidelijk aan hoe het algoritme verloopt, en met name in welke volgorde knopen ontwikkeld worden. Indien er keuze mogelijk is in deze volgorde, geef ze dan allemaal.



**Opgave 33.**  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme (25/100 punten; tentamen 20 juni 2006)

We spelen het volgende tweepersoons spel. Er zijn drie stapels,  $\mathcal{A}$  met 2 lucifers,  $\mathcal{B}$  met één lucifer en  $\mathcal{C}$  met één lucifer. Eerst wordt random een stapel geselecteerd, dan mag speler I “zetten”, daarna wordt opnieuw random een stapel aangewezen, en tot slot mag speler II “zetten”. Als een speler aan de beurt is mag hij/zij passen (het spel is dan direct afgelopen; als I past mag II ook niet meer), of 1 of 2 lucifers van de geselecteerde stapel pakken. Als er te weinig lucifers zijn voor een zet, vervalt de betreffende mogelijkheid (soms kan II alleen maar passen). De uitkomst is het aantal lucifers op  $\mathcal{A}$  minus dat op  $\mathcal{B}$  minus dat op  $\mathcal{C}$ ; een positief getal is gunstig voor I (hoe hoger hoe beter), 0 is remise, en een negatief getal is fijn voor II — hoe lager, hoe beter. Als er gepast wordt, telt de op dat moment geselecteerde stapel *dubbel* mee.

**a.** (6 punten) Geef de *spelboom* (= *game tree*) die hierbij hoort. Denk aan de kansknopen. Tip: de wortel heeft 3 kinderen; op het nivo hieronder zijn 7 knopen.

**b.** (4 punten) Beschrijf in woorden het *minimax-algoritme*.

**c.** (5 punten) Voer het *expecti-minimax-algoritme* uit voor de spelboom van **a**.

**d.** (5 punten) Nu mogen de spelers steeds zelf een stapel kiezen. Geef opnieuw de spelboom en voer het minimax-algoritme uit. Tip: I heeft 7 mogelijkheden, II in totaal 23.

**e.** (5 punten) Voer het  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme uit, in de situatie van **d**. Geef ook een korte rechtvaardiging voor het snoeien. Zorg ervoor dat de ordening van de knopen zo is dat er zoveel mogelijk gesnoeid kan worden!

**Opgave 34.** Neurale netwerken (20/100 punten; tentamen 20 juni 2006)

**a.** (5 punten) Geef een zo klein mogelijk *neuraal netwerk* met twee invoeren en één uitvoer, dat de AND-functie berekent. Hierbij mogen niet-invoerknopen een drempelwaarde ongelijk 0 hebben.

**b.** (5 punten) Als **a**, maar nu met een of meer *bias-knopen*.

**c.** (5 punten) Leid de *Backpropagation* update/leerregel voor een gewicht  $W_{j,i}$  op de tak van verborgen knoop  $j$  naar uitvoerknoop  $i$  af. Gebruik leersnelheid  $\alpha$ , doelwaarde  $T_i$ , net-uitvoer  $O_i$ , activatie-functie  $g$ , invoer  $in_i$  en activatie  $a_j$ .

**d.** (5 punten) Wat heeft *Ockham's razor* te zeggen over het aantal verborgen knopen?

**Opgave 35.** ID3 (20/100 punten; tentamen 20 juni 2006)

We hebben een database waarin een aantal voorbeelden aan de hand van een stel attributen beschreven worden; verder hebben we een Ja/Nee-classificatie voor deze voorbeelden.

**a.** (6 punten) Leg uit hoe het *ID3*-algoritme werkt. Geef hierbij de definitie van de entropie (uitgedrukt in  $p$ , het aantal positieve voorbeelden en  $n$ , het aantal negatieve). Geef met name aan wat er moet (kan) gebeuren in de vier verschillende “standaard”-gevallen, bijvoorbeeld als er bij het splitsen geen voorbeelden meer zijn.

**b.** (7 punten) De volgende database geeft situaties uit het verleden aan. We willen een beslissingsboom maken om te kijken of een fiets goed is via drie Boolese attributen:

nr	kleur	banden	leeftijd	fiets goed?
1	T	T	F	Ja
2	T	F	F	Nee
3	F	T	T	Ja
4	F	T	F	Nee

Voer het ID3-algoritme uit, met uitleg (kies random in geval van gelijke kwaliteit).

**c.** (7 punten) Is er een correcte beslissingsboom met een kleinere diepte? Zo ja, geef deze; zo nee, waarom niet?

**Opgave 36.** Theorie (diversen) (15/100 punten; tentamen 20 juni 2006)

**a.** (4 punten) Maak een korte “PEAS” beschrijving voor de taak-omgeving van een ploeg robots die voetbal speelt. Geef hiertoe per letter P-E-A-S een tweetal steekwoorden, en vertel tegelijk waar P/E/A/S afkortingen van zijn.

**b.** (4 punten) Een agent bevindt zich in de linker of in de rechter kamer. De enige mogelijke acties zijn  $\mathcal{L}$ : ga naar de linker kamer en  $\mathcal{R}$ : ga naar de rechter kamer. Geef de toestand-actie-ruimte met de drie bereikbare *believable states* voor het sensorloze (conformante) geval.

**c.** (3 punten) Wat betekent de eigenschap *elitair* bij een *Genetisch Algoritme*?

**d.** (4 punten) Hoeveel en welke kansen moeten er gegeven worden bij het volgende *Bayesiaanse netwerk* met drie knopen  $A$ ,  $B$  en  $C$ :  $A \rightarrow B \rightarrow C$ ?

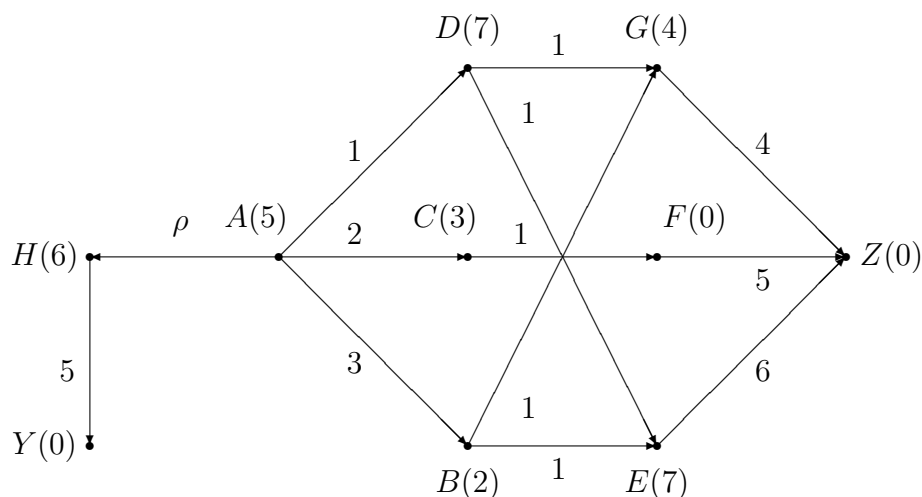
**Opgave 37.** A\*/IDA\* (20/100 punten; tentamen 21 augustus 2006)

**a.** (6 punten) Leg het A\*-algoritme en het IDA\*-algoritme uit. Geef expliciet de formules voor  $f$  en denk aan de stop-conditie. Geef aan waarin A\* en IDA\* verschillen.

**b.** (3 punten) Bekijk onderstaande gerichte graaf. Beginknoop is  $A$ , doelknopen zijn  $Y$  en  $Z$ . De kostenfunctie staat naast de pijlen in de graaf. Bij de knopen staat tussen haakjes de heuristische functie. Maak deze met zo min mogelijk wijziging(en) *admissibel*.

**c.** (7 punten) Voer het IDA\*-algoritme uit voor deze graaf. Gebruik zonedig de *pathmax equation*. Geef duidelijk aan hoe het algoritme verloopt, en met name in welke volgorde knopen ontwikkeld worden. Geef de verschillende mogelijkheden, afhankelijk van  $\rho > 0$  (een reëel getal).

**d.** (4 punten) Geef de best denkbare admissibele heuristische waarden bij de knopen.



**Opgave 38.**  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme (20/100 punten; tentamen 21 augustus 2006)

We bekijken het volgende tweepersoons spel. Er zijn drie stapels: één met drie lucifers, één met drie munten en één met drie knikkers. Speler  $A$  neemt *of* drie dezelfde objecten weg, *of* drie verschillende; daarna neemt speler  $B$  er twee naar keuze weg. De resterende vier bepalen de score. Als er geen of drie lucifers zijn: als er een soort  $x > 0$  meer heeft dan de beide andere, wint  $A$  met  $x$  punten, anders  $B$  met 2 punten; als er één of twee lucifers bij zijn:  $A$  of  $B$  wint met 1 punt (50% kans).

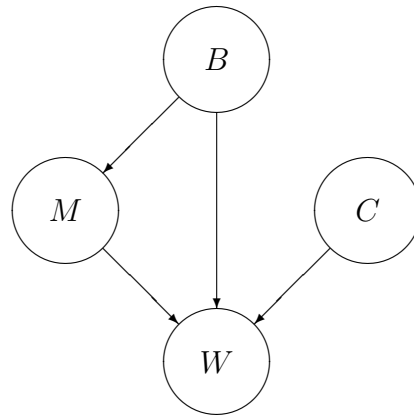
- (4 punten) Geef de *spelboom* (= *game tree*) die hierbij hoort. Denk aan de kansknopen.
- (4 punten) Beschrijf in woorden het *minimax-algoritme*, met kansen.
- (4 punten) Voer dit uit voor de spelboom van **a**.
- (4 punten) Nu is de uitslag remise als er één of twee lucifers bij zijn. Geef opnieuw de spelboom. Hint: 15 bladeren.
- (4 punten) Voer het  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme uit voor de situatie van **d**. Geef ook een korte rechtvaardiging voor het snoeien. Zorg ervoor dat de ordening van de knopen zo is dat er zoveel mogelijk gesnoeid kan worden!

**Opgave 39.** Neurale netwerken (20/100 punten; tentamen 21 augustus 2006)

- (5 punten) Geef een zo klein mogelijk *neuraal netwerk* met twee invoeren en één uitvoer, dat de XOR-functie berekent. Gebruik zonodig (extra) biasknopen.
- (5 punten) Waarom kan een perceptron dit probleem niet oplossen?
- (5 punten) Leid de *Backpropagation* update/leerregel voor een gewicht  $W_{j,i}$  op de tak van verborgen knoop  $j$  naar uitvoerknoop  $i$  af. Gebruik leersnelheid  $\alpha$ , doelwaarde  $T_i$ , net-uitvoer  $O_i$ , activatie-functie  $g$ , invoer  $in_i$  en activatie  $a_j$ .
- (5 punten) Hoe zou je, door deze leerregel eenvoudig aan te passen, er voor kunnen zorgen dat de gewichten zo dicht mogelijk bij 0 komen?

**Opgave 40.** Bayesiaanse netwerken (20/100 punten; tentamen 21 augustus 2006)

**a.** (4 punten) We hebben een *Bayesiaans netwerk* voor het verband tussen de motivatie ( $M$ ), de conditie ( $C$ ), de beloning ( $B$ ), en de winst bij een sportwedstrijd ( $W$ ). We gebruiken kleine letters als volgt:  $b$  betekent dat de beloning goed (true) is,  $\bar{c}$  betekent dat de conditie slecht (false) is, etcetera. Welke kanstabellen moeten gegeven zijn, en met welke kansen erin?



**b.** (4 punten) Hoeveel kansen zijn dit maximaal bij een Bayesiaans netwerk met 4 knopen, en vul het netwerk aan tot zo'n netwerk.

**c.** (4 punten) Druk voor het oorspronkelijke netwerk de kans  $P(\bar{w}|b)$  dat de winst niet behaald wordt, gegeven dat de beloning goed is, uit in uit de kanstabellen van **a** bekende kansen.

**d.** (4 punten) Druk de kans  $P(m|w, \bar{b})$  dat de motivatie goed is, gegeven dat de winst behaald wordt, bij slechte beloning, uit in uit de kanstabellen van **a** bekende kansen.

**e.** (4 punten) Er zijn vier soorten queries; noem deze en leg ze kort uit. Tot welke soort(en) behoren de queries van **c** en **d**?

**Opgave 41.** Theorie (diversen) (20/100 punten; tentamen 21 augustus 2006)

**a.** (5 punten) We willen met het ID3-algoritme een beslissingsboom maken voor een database met situaties uit het verleden, waarbij we de waarden van diverse attributen weten. Stel er is een attribuut bij met veel verschillende waarden. Wat kan er fout gaan bij het ID3-algoritme, en wat kun je hier tegen doen?

**b.** (5 punten) Wat zijn *effect-axioma's* en wat zijn *frame-axioma's*? Gebruik eventueel de Wumpus-wereld om dit uit te leggen.

**c.** (5 punten) Leg uit wat het verschil is tussen "steady-state" en "generationele" strategieën bij Genetische Algoritmen.

**d.** (5 punten) Stel dat bij een *Constraint Satisfaction Probleem* de variabelen  $X_1$ ,  $X_2$  en  $X_3$  hetzelfde domein  $D = \{R, G, B\}$  hebben. We willen voor de variabele  $X_1$  de waarde  $R$  verbieden, maar mogen geen unaire constraints gebruiken, alleen binaire, en ook de domeinen niet wijzigen. Hoe doen we dat?

**Opgave 42.** A\*/IDA\* (20 punten; tentamen 19 juni 2007)

**a.** (6 punten) Leg het A\*-*algoritme* en het IDA\*-*algoritme* uit. Geef expliciet de formule voor  $f$  (wat zijn  $g$  en  $h$ ?) en denk aan de stop-conditie.

**b.** (4 punten) Geef aan waarin A\* en IDA\* verschillen, met name op het gebied van geheugengebruik.

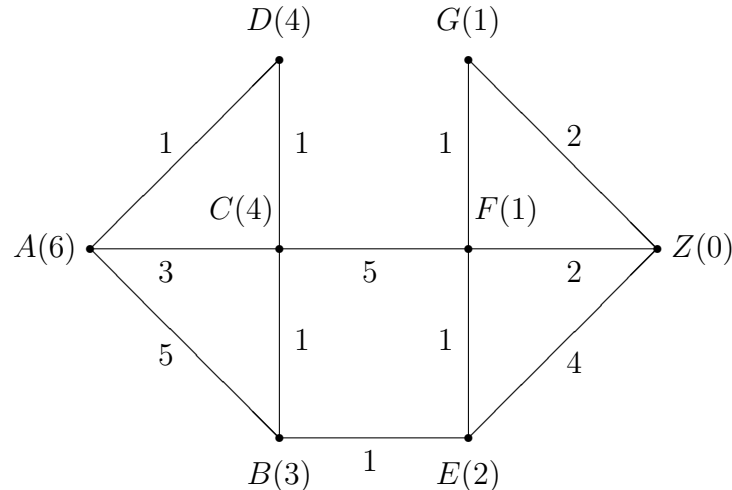
**c.** (6 punten) Bekijk onderstaande *ongerichte* graaf. Beginknoop is  $A$ , doelknoop is  $Z$ . De kostenfunctie staat naast de takken in de graaf. Bij de knopen staat tussen haakjes de *admissibele* heuristische functie  $h$ .

Voer het IDA\*-algoritme uit voor deze graaf. Gebruik zonodig de *pathmax equation*. Geef duidelijk aan hoe het algoritme verloopt, en met name in welke volgorde knopen ontwikkeld worden. Indien er keuze mogelijk is in deze volgorde, geef ze dan allemaal.

**d.** (4 punten) Stel dat de tak tussen  $F$  en  $G$  gewicht  $-1$  krijgt, in plaats van  $+1$ , en dat deze tak maximaal één keer gebruikt mag worden. Stel verder dat je het IDA\*-algoritme



gewoon doorzet, gaat het hier dan goed of fout, en hoe zit dat in het algemeen?



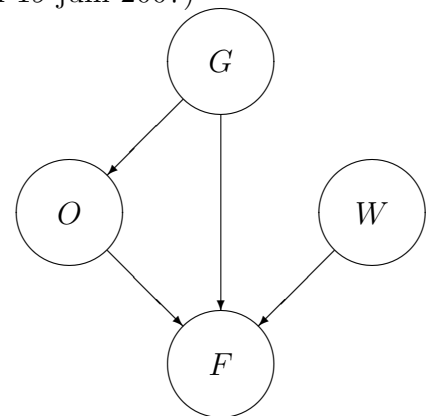
**Opgave 43.**  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme (25 punten; tentamen 19 juni 2007)

We spelen het volgende tweepersoons spel. Speler  $A$  kiest een getal, zeg  $a$ , uit  $\{1, 2, 3, 4\}$ . Daarna kiest speler  $B$  een getal, zeg  $b$ , uit  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ , maximaal gelijk aan  $a$ . Als beide getallen even zijn of oneven, wint  $A$ , en anders  $B$ . Men wint met  $|a - b| + 1$  punten. Aan het begin van het spel mag  $B$  kiezen of  $A$  zijn keuze zelf mag bepalen of met een eerlijke vierzijdige dobbelsteen.

- (6 punten) Geef de *spelboom* (= *game tree*) die hierbij hoort. Denk aan kansknopen.
- (4 punten) Beschrijf in woorden het *minimax-algoritme*.
- (6 punten) Voer het *expecti-minimax-algoritme* uit voor de spelboom van **a**.
- (4 punten) Nu mag  $B$  aan het begin niets kiezen,  $A$  mag geheel zelf zijn keuze bepalen, en  $B$  moet  $b \neq 0$  nemen. Geef opnieuw de spelboom en voer het minimax-algoritme uit.
- (5 punten) Voer het  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme uit, in de situatie van **d**. Geef ook een korte rechtvaardiging voor het snoeien. Zorg ervoor dat de ordening van de knopen zo is dat er zoveel mogelijk gesnoeid kan worden!

**Opgave 44.** Bayesiaanse netwerken (20 punten; tentamen 19 juni 2007)

**a.** (4 punten) We hebben een *Bayesiaans netwerk* voor het verband tussen goede wegen ( $G$ ), pech onderweg ( $O$ ), het weer ( $W$ ), en de kans op een leuke fietstocht ( $F$ ). We gebruiken kleine letters als volgt:  $g$  betekent dat de wegen goed (**true**) zijn,  $\bar{o}$  betekent dat we geen pech hebben (**false**), etcetera. Welke voorwaardelijke kanstabellen moeten gegeven zijn?



**b.** (4 punten) Geef een voorbeeld van een concrete kanstabel door de  $F$ -knoop, waarbij aan de *noisy-OR* relatie voldaan wordt.

**c.** (4 punten) Druk voor dit netwerk de kans  $P(\bar{f}|g)$  dat het geen leuke fietstocht wordt, gegeven dat de wegen goed zijn, uit in uit de kanstabellen van **a** bekende kansen.

**d.** (4 punten) Druk de kans  $P(o|f, \bar{g})$  op pech onderweg, gegeven dat het een leuke fietstocht is, bij slechte wegen, uit in uit de kanstabellen van **a** bekende kansen.

**e.** (4 punten) Er zijn vier soorten queries; noem deze en leg ze kort uit. Tot welke soort(en) behoren de queries van **c** en **d**?

**Opgave 45.** ID3 (20 punten; tentamen 19 juni 2007)

We hebben een database waarin een aantal voorbeelden aan de hand van een stel attributen beschreven worden; verder hebben we een Ja/Nee-classificatie voor deze voorbeelden.

**a.** (6 punten) Leg uit hoe het *ID3-algoritme* werkt. Geef hierbij de definitie van de entropie (uitgedrukt in  $p$ , het aantal positieve voorbeelden en  $n$ , het aantal negatieve). Geef met name aan wat er moet (kan) gebeuren in de vier verschillende “standaard”-gevallen, bijvoorbeeld als er bij het splitsen geen voorbeelden meer zijn.

**b.** (7 punten) De volgende database geeft situaties uit het verleden aan. We willen een beslissingsboom maken om te kijken of een computer voldoet via drie Boolese attributen:

model	geheugen	processor	rest	computer OK?
1	T	T	F	Ja
2	T	F	F	Nee
3	F	T	T	Ja
4	F	T	F	Nee

Voer het ID3-algoritme uit, met uitleg (kies random in geval van gelijke kwaliteit).

**c.** (3 punten) Is er een correcte beslissingsboom met kleinere hoogte?

**d.** (4 punten) Stel dat we dit zelfde probleem met een *neuraal netwerk* met één verborgen laag met 3 knopen willen oplossen; het netwerk heeft ook bias-knopen. Teken dit netwerk.

**Opgave 46.** Theorie (diversen) (15 punten; tentamen 19 juni 2007)

**a.** (4 punten) Is de omgeving bij het spelen van een spelletje poker 1. ja/nee volledig observeerbaar, 2. ja/nee episodisch, 3. ja/nee deterministisch/strategisch? Geef duidelijke verklaringen van de antwoorden. En wat is het antwoord bij 2. op een pokertoernooi?

**b.** (4 punten) Noem twee technieken die bij *Constraint Satisfaction Problemen* helpen bij het bepalen welke variabele moet worden toegekend.

**c.** (3 punten) Bij een *Genetisch Algoritme* kun je *uniform crossover* en *single-point crossover* gebruiken. Wat is het verschil?

**d.** (4 punten) Wat zijn *effect-* en *frame-axioma's*? Geef van beide een eenvoudig voorbeeld uit de Wumpus-wereld.

Voor uitwerkingen, zie [www.liacs.nl/home/kosters/AI/](http://www.liacs.nl/home/kosters/AI/).