Kunstmatige Intelligentie (AI)

Hoofdstuk 3.5/3.6 van Russell/Norvig = [RN]

Gericht zoeken

voorjaar 2024

College 5, 6 maart 2024

www.liacs.leidenuniv.nl/~kosterswa/AI/gericht.pdf

Een informed zoekmethode gebruikt meer dan alleen de probleem-omschrijving, ten einde beter (gericht) te kunnen zoeken.

We bekijken best first methoden, die een knoop n kiezen met de laagste waarde voor een geschikte evaluatiefunctie $f(n)$. Deze gebruikt een gegeven heuristische functie $h(n)$ die de afstand vanuit knoop n tot het doel schat; altijd moet gelden dat $h(n) = 0$ voor doelknopen.

$\rightarrow$ Greedy best-first search probeert de afstand tot het doel zo snel mogelijk te verkleinen.
$\rightarrow$ A* ("A-ster") probeert de totale afstand/kosten zo laag mogelijk te houden.
$\rightarrow$ Om geheugen te sparen kun je IDA* gebruiken.

Roemenië

O
71
Z
151
75
A
140
S
99
F
118
80
T
111
R
97
211
142
L
P
V
70
146
98
85
U
H
M
101
B
86
75
138
D
120
C
90
E
G
N
87
I
92

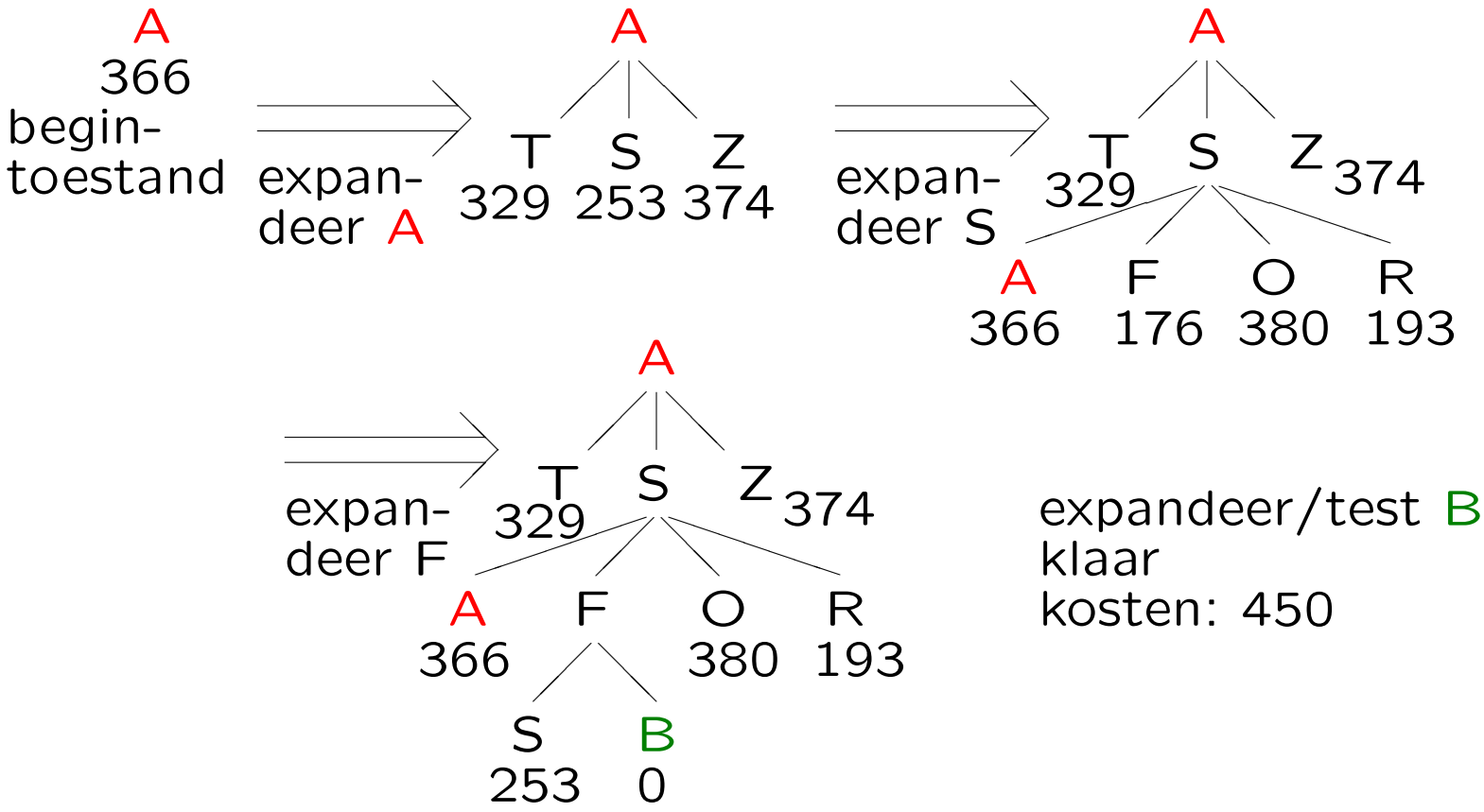
We bekijken weer de reis van A(rad) naar B(ucharest) in Roemenië.

We gebruiken als heuristiek h_{SLD}, de vogelvlucht afstand (straight line distance) tot het doel:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	L
366	0	160	242	161	176	77	151	226	244
M	N	O	P	R	S	T	U	V	Z
241	234	380	100	193	253	329	80	199	374

Merk op dat $h_{SLD}(\text{B}) = 0$. En h_{SLD} is een *onderschatting* voor de echte afstand tot het doel.

Greedy best-first search: ontwikkel ("frontier"-)knoop n met de laagste $h(n)$, in dit geval $h = h_{SLD}$. Oftewel: $f(n) = h(n)$.



Greedy best-first search 2

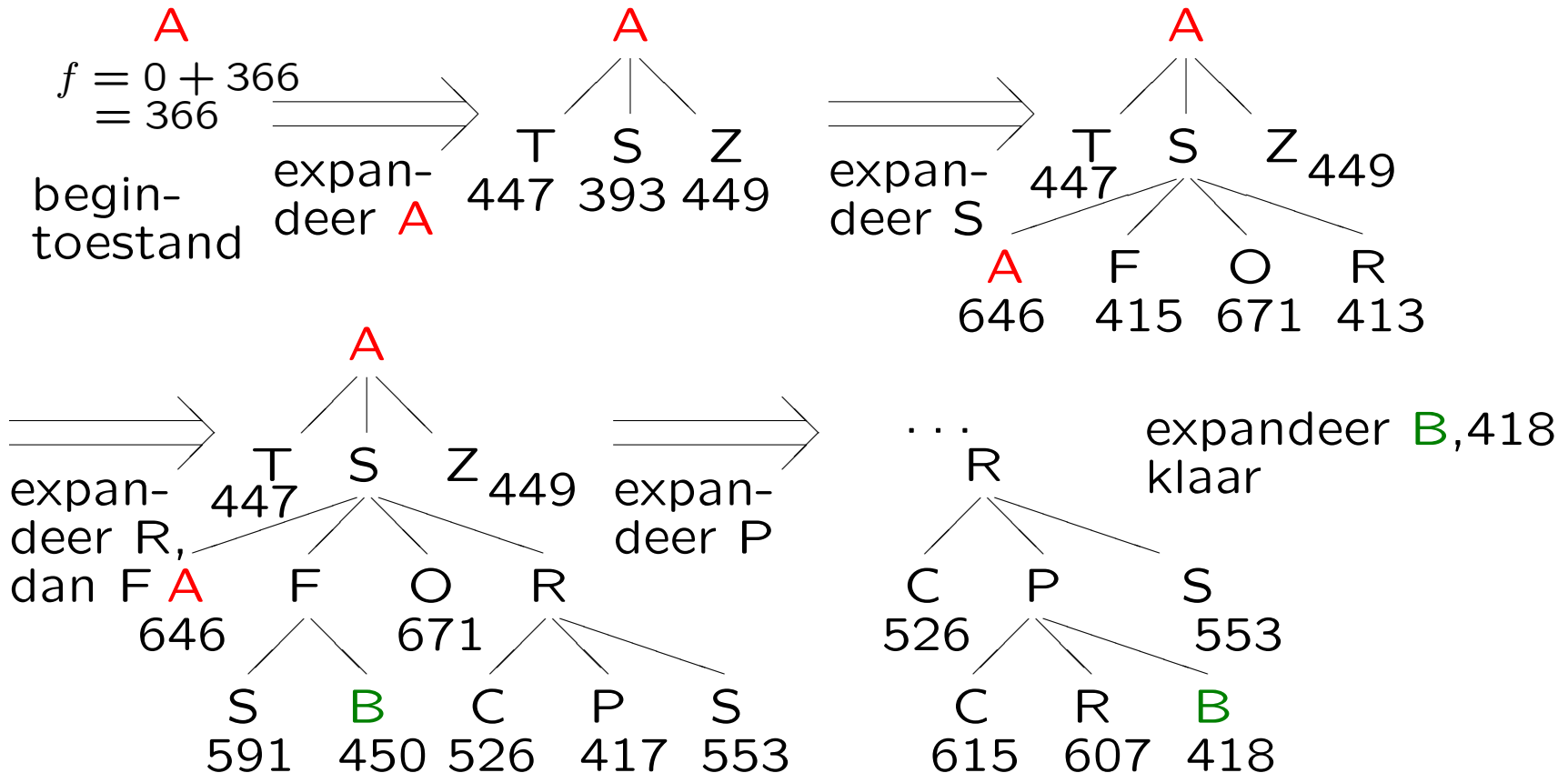
Greedy best-first search heeft tijd- en ruimtecomplexiteit $O(b^m)$, met b de vertakkingsgraad en m de maximale diepte van de zoekruimte.

Helaas: niet compleet (oneindige paden . . .) en niet optimaal (korter via R en P, zie straks)!

Beter idee: breng ook de verbruikte afstand in rekening.

Als $h(n) = 0$ voor alle n is dit hetzelfde als Uniform cost search = Dijkstra's algoritme.

Voor A* ("A-ster") definiëren we $f(n) = g(n) + h(n)$, een schatting voor het totale pad van begin naar doel.



Het A*-algoritme is dus als volgt:

> Expandeer steeds de (een) knoop uit de "frontier" met de laagste f-waarde, waarbij voor knoop n geldt: $f(n) = g(n) + h(n)$. Hierbij is $g(n)$ de exacte waarde van de reeds gemaakte kosten, en $h(n)$ de (toelaatbare) schatting voor de rest van de kosten. Stop als je een doelknoop expandeert — laten we aannemen dat dat ooit gebeurt.

Onder redelijke voorwaarden (zie straks) is A* compleet en optimaal; er zijn allerlei handige aanpassingen mogelijk. Let op "herbezoeken" van locaties.

Een heuristiek h heet admissibel = toelaatbaar als hij nooit de kosten naar het doel overschat.
Voorbeeld: h_{SLD}. Of (flauw): $h(n) = 0$ voor alle n.

Bewering: Als h admissibel is, is A* optimaal: A* vindt het "beste" doel — als A* er één ontdekt, tenminste.
Bewijs: Stel dat je een niet-optimaal doel G_2 op de "frontier" hebt. De kosten naar een optimaal doel zijn C^*, zeg. Dan: $f(G_2) = g(G_2) + h(G_2) = g(G_2) > C^*$. Pak een knoop n op de "frontier", die op een pad naar een optimale oplossing zit (zo'n knoop is er). Dan: $f(n) = g(n) + h(n) \leq C^*$ (h admissibel). Dus $f(n) \leq C^* < f(G_2)$. Dus n wordt voor G_2 ge-expandeerd.

Een heuristiek h heet monotoon = consistent wanneer altijd — als je via actie a van knoop n naar knoop n' gaat — geldt $h(n) \leq c(n, a, n') + h(n')$. Dit is een soort driehoeks-ongelijkheid.

In dat geval zijn de waarden van f op ieder pad niet-dalend:

$$\begin{aligned} f(n') &= g(n') + h(n') = g(n) + c(n, a, n') + h(n') \\ &\geq g(n) + h(n) = f(n). \end{aligned}$$

En A* expandeert alle knopen met $f(n) < C^*$ en een of meer knopen met $f(n) = C^*$ (met C^* de kosten van een optimale oplossing) — mits dat er *eindig veel* zijn, en is dan dus ook compleet. Je krijgt een soort contourlijnen.

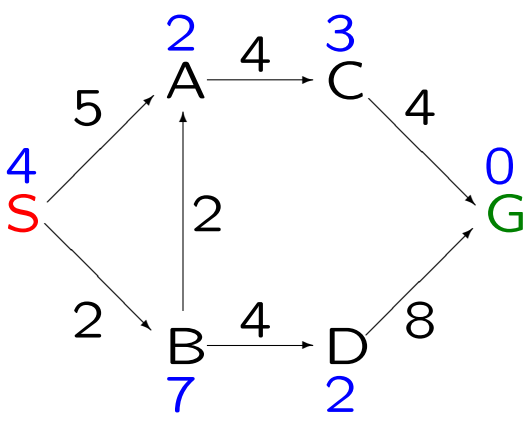
Stel dat de f-waarde daalt langs een zeker pad — de heuristiek is dan blijkbaar niet consistent. Wat kun je daaraan doen? Oplossing: de pathmax-vergelijking toepassen:

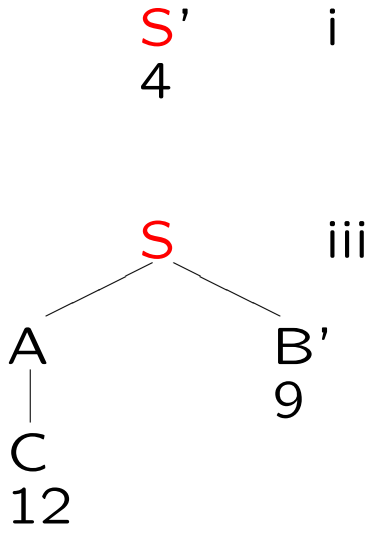
$$f(n') = \max(f(n), g(n') + h(n')).$$

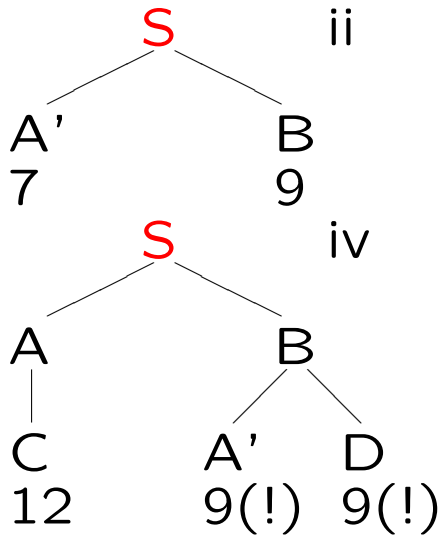
Merk op: consistent impliceert admissibel (maar niet omgekeerd). Bewijs: met inductie naar de afstand tot het doel. OK als die 0 is. Stel > 0 voor zekere n. Kies de eerstvolgende n' op een kortste pad naar het doel; die heeft kleinere afstand tot het doel en dus (inductie) $h(n') \leq$ afstand tot het doel. Nu $h(n) \leq c(n, a, n') + h(n') \leq c(n, a, n') +$ afstand van n' tot het doel $=$ afstand van n tot het doel.

Consistent wordt wel "locaal optimistisch" genoemd, admissibel "globaal optimistisch".

A* — Voorbeeld



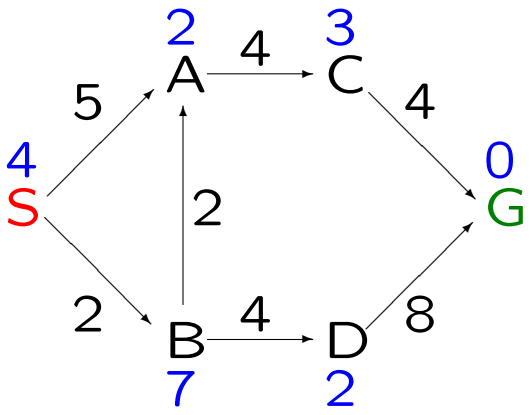


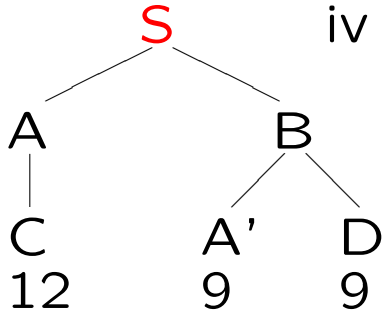


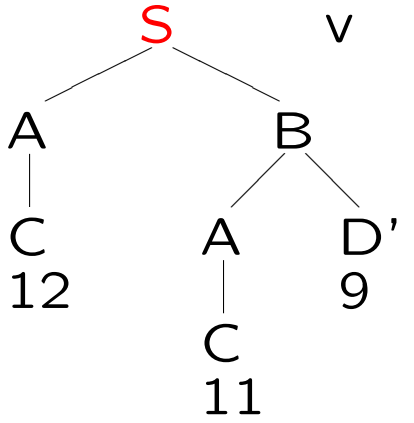
S is het Start-punt, G is de Goal (= doel).
Er staat steeds een ' bij de knoop die ontwikkeld wordt.

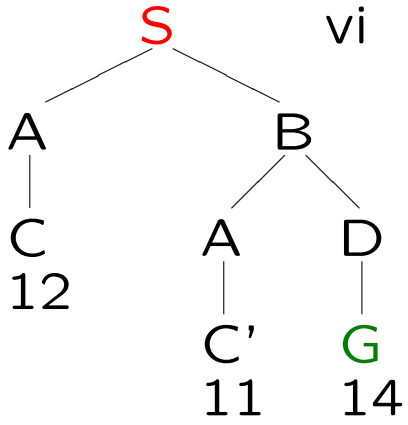
Merk op dat de heuristiek admissibel is — maar niet consistent, zie (!). Bij A' in iv krijg je eigenlijk $f = 4+2 = 6$, maar de ouder had 9. Dus, dankzij pathmax, 9. Idem D.

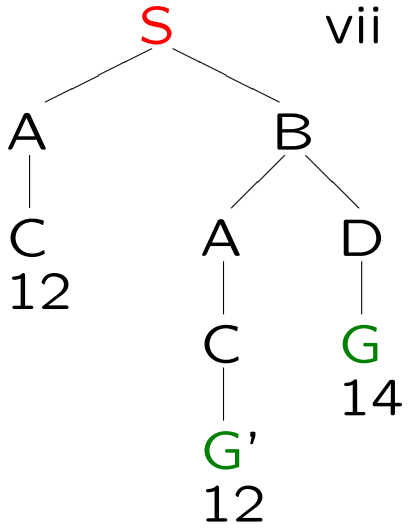
A* — Voorbeeld (vervolg)











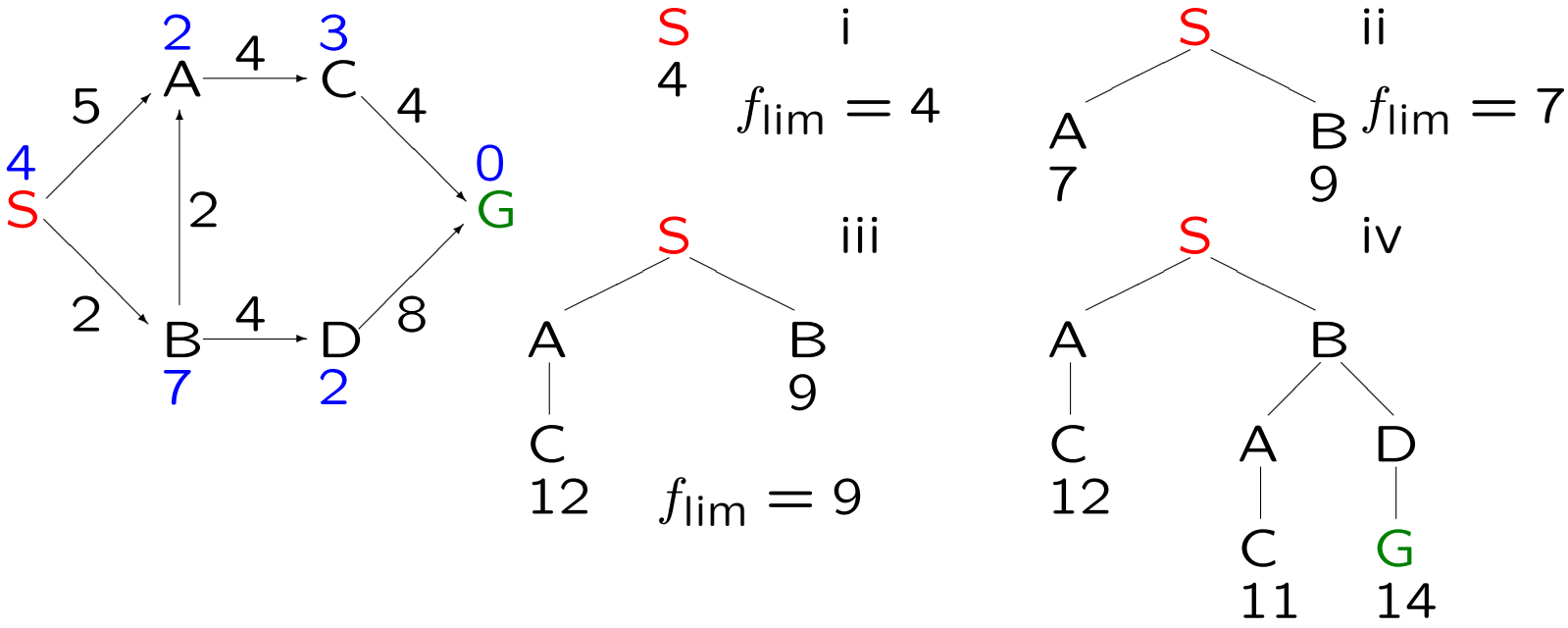
Bij iv mag je ook eerst D ontwikkelen,
en bij vii eventueel eerst C (G is een doel).
De kortste weg (S-B-A-C-G) is dus 12 lang.

De overgang van A* naar IDA* is analoog aan de overgang van DFS via Depth limited search naar Iterative deepening.

Bij IDA* is iedere stap een complete DFS-wandeling, waarbij je iedere knoop ontwikkelt die een f-waarde heeft hoogstens gelijk aan de laagste f-waarde f_{lim} die nog "open stond" uit de vorige stap. In de eerste doorgang is f_{lim} gelijk aan de f-waarde van de beginknoop, oftewel diens h-waarde.

Er zijn nog meer varianten: RBFS, MA*, SMA*, . . . Deze laatste "vergeet" knopen met hoge f-waarden als het geheugen vol raakt.

IDA* — Voorbeeld



Na iedere stap (een DFS-wandeling) is de boom steeds weg!

Na stap iv wordt $f_{\text{lim}} = 11$, in de volgende stap 12 en wordt (deels) dezelfde boom als in stap vii van A* doorlopen, maar nu met ook het kind G,13 van de linker C erbij.

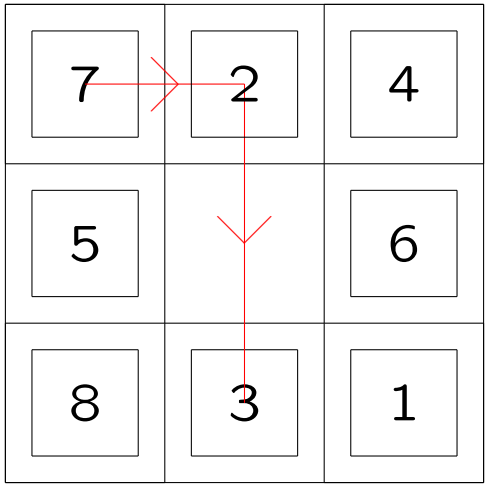
Kortom, wat is nu het *verschil* tussen A* en IDA*, Iterative Deepening A*?

Bij A* expandeer je steeds de (een) knoop met de laagste f-waarde uit de "frontier" die in het geheugen zit. De grootte van die "frontier" is ruwweg de "breedte" van de boom. Er is maar één boom in het spel.

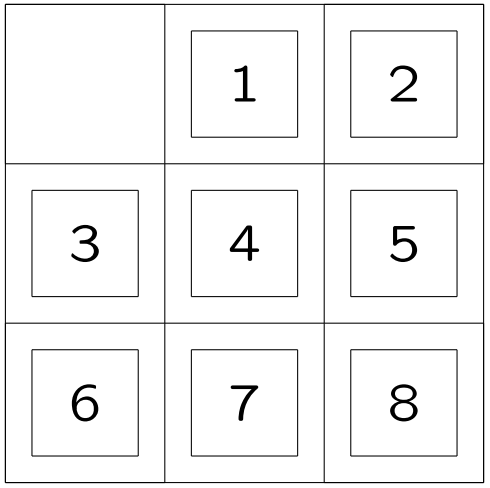
Bij IDA* maak je steeds een DFS-wandeling door een (bij iedere ronde groter wordende) boom; je loopt steeds tot en met de laagste open staande f-waarde uit de vorige ronde. Nu heb je altijd alleen een pad uit de boom in je geheugen, en dat heeft met "diepte" te maken.

Welke heuristiek? — 8-puzzel

Er zijn meestal verschillende heuristische functies mogelijk.



begin



doel

Voor h_1 nemen we het aantal "tegels" dat uit positie is; voor h_2 de som van de afstanden van de "tegels" tot hun uiteindelijke positie. Als afstand kiezen we de Manhattan-afstand (= city block distance). Hier: $h_1 = 8$ en $h_2 = 18$.

Een goede maat voor de kwaliteit van heuristieken is aan de hand van de effectieve vertakkingsgraad b^*. Stel dat A* N knopen genereert en een oplossing vindt op diepte d. Dan is b^* de vertakkingsgraad die een volledig gevulde boom met $N+1$ knopen van diepte d heeft. Dus:

$$N + 1 = 1 + b^* + (b^*)^2 + \ldots + (b^*)^d.$$

Als A* een oplossing vindt op diepte 5, met behulp van 52 knopen, geldt $b^* = 1{,}92$.

Hoe dichter b^* bij 1 zit, hoe beter (dan vind je "diepe" oplossingen).
Als het ware meet b^* hoe "breed" je zoekt.

Voor de 8-puzzel (gemiddeldes over 100 problemen; IDS = Iterative deepening search; d = diepte oplossing):

	aantal ge-exp. knopen			eff. vertakkingsgraad		
d	IDS	A*(h_1)	A*(h_2)	IDS	A*(h_1)	A*(h_2)
2	10	6	6	2.45	1.79	1.79
4	112	13	12	2.87	1.48	1.45
6	680	20	18	2.73	1.34	1.30
8	6384	39	25	2.80	1.33	1.24
10	47127	93	39	2.79	1.38	1.22
12	3644035	227	73	2.78	1.42	1.24
14	–	539	113	–	1.44	1.23
16	–	1301	211	–	1.45	1.25
18	–	3056	363	–	1.46	1.26
20	–	7276	676	–	1.47	1.27

Als voor iedere knoop n geldt dat $h_2(n) \geq h_1(n)$, zeggen we: h_2 domineert h_1. A* met h_2 zal dan doorgaans minder knopen expanderen dan h_1 (zie ook Experiment), "want" elke knoop n met $h(n) < C^* - g(n)$ wordt ge-expandeerd.

Conclusie: kies altijd een heuristiek met zo hoog mogelijke waarden — mits admissibel (nooit overschatten).

Als $h_1,\ldots,h_m$ admissibele heuristieken zijn, domineert

$$h(n) = \max\{h_1(n),\ldots,h_m(n)\}$$

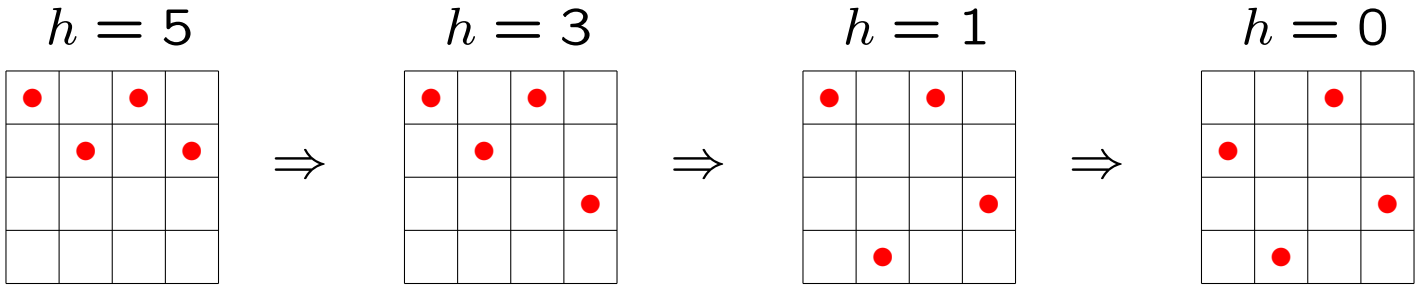
ze allemaal.

Een handige manier om een heuristiek te vinden is het exact oplossen van een vereenvoudigd (afgezwakt, relaxed) probleem. De optimale oplossing hiervan kost hooguit even veel als die van het oorspronkelijke probleem.
Voor de 8-puzzel: een "tegel" mag van A naar B bewegen mits A en B aangrenzend zijn *en* B leeg is. Dit zwakken we af tot:

- Een "tegel" mag van A naar B bewegen mits A en B aangrenzend zijn ($\Rightarrow h_2$)
- Een "tegel" mag van A naar B bewegen mits B leeg is
- Een "tegel" mag (altijd) van A naar B bewegen ($\Rightarrow h_1$)

Voor het dames-op-schaakbord probleem: een heuristiek h is het aantal ruziënde paren. Een actie is het verplaatsen van een dame in haar eigen kolom: op het n bij n bord $n(n-1)$ opvolgers.

Dit suggereert de volgende aanpak. Een hill-climber kiest random uit de beste opvolgers. Dit is een greedy = gretige strategie — met locale minima! Zie later: Complex zoeken.



Het A*-algoritme wordt onder andere gebruikt om NPC's ("non-player characters") te laten lopen in computerspellen, samen met Rodney Brooks' eindige automaten.

Er zijn nog allerlei geavanceerde zaken:

- pattern databases om exacte oplossingen van deelproblemen in op te slaan;
- (local) beam search houdt een k-tal beste oplossingen bij, die elkaar "stimuleren";
- en nog veel meer ... zie ook: Complex zoeken.

Het huiswerk voor de volgende keer (12 maart 2024): lees Hoofdstuk 5, p. 146–170 van [RN] door (in de derde druk p. 161–190) over Spellen door.

Denk tevens aan de tweede opgave: Agenten & Robotica; deadline: 22 maart 2024.

Bestudeer de opgaven van:

www.liacs.leidenuniv.nl/~kosterswa/AI/opgaven1.pdf

www.liacs.leidenuniv.nl/~kosterswa/AI/opgaven2.pdf

Deze worden ook gemaakt op de sommenwerkcolleges, in het bijzonder op 7 maart: opgaven 2, 3, 7, 8, 14.