

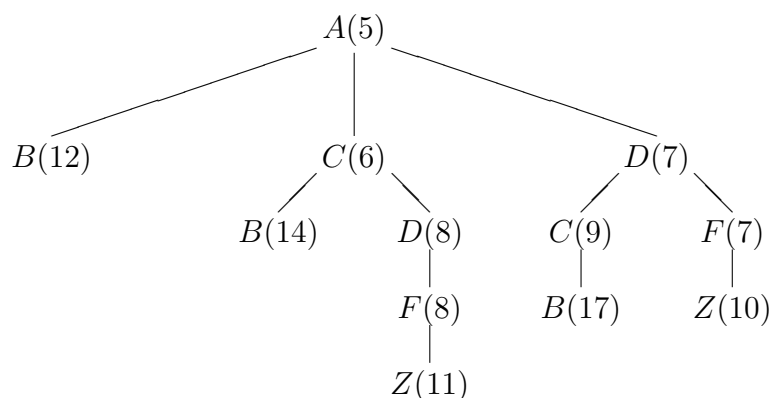
# Oude tentamens Kunstmatige intelligentie

## Uitwerkingen (selectie)

### Universiteit Leiden — Informatica — 2007

**Opgave 1.** A\* (20/100 punten; tentamen 1 juni 2001)

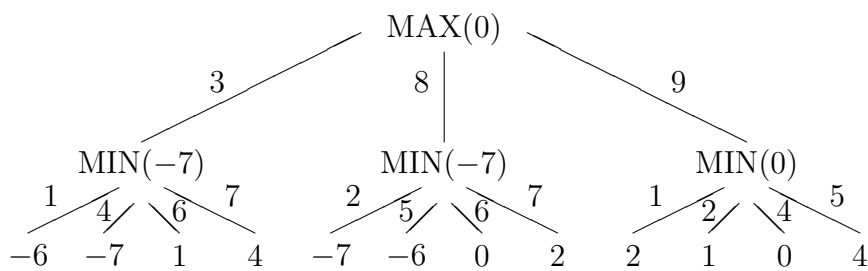
Uiteindelijk wordt onderstaande boom opgebouwd. Knopen die al eerder op een pad voorkwamen worden niet aangegeven, er zijn dus geen kringen (bijvoorbeeld onder  $C(6)$  komt niet opnieuw  $A$  te hangen). Tussen haakjes staat naast de knopen hun  $f$ -waarde. Achtereenvolgens worden geopend = ontwikkeld = geëxpandeerd  $A(5)$ ,  $C(6)$ ,  $D(7)$ ,  $F(7)$ ,  $D(8)$  (let op, hoewel al een doelknoop gevonden is, worden eerst nog knopen met lagere  $f$ -waarde ontwikkeld),  $F(8)$ ,  $C(9)$  en tot slot  $Z(10)$ . Bij  $F(8)$  staat dankzij de *pathmax equation* 8 in plaats van 7, bij  $F(7)$  staat evenzo 7 in plaats van 6.



De effectieve vertakkingsgraag  $b^*$  laat zich berekenen uit  $1 + b^* + (b^*)^2 + \dots + (b^*)^d = N$ , met  $d = 3$  de diepte van de oplossing, en  $N = 8$  het aantal geopende knopen.

**Opgave 2.**  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme (20/100 punten; tentamen 1 juni 2001)

Denk er aan de waarden in de bladeren (in dit geval eindsituaties; in het algemeen wordt hier een evaluatie-functie aangeroepen) goed te “kiezen”: als speler 1 de MAX-speler is, geef dan de situaties met uitslag groter dan 5 een min-teken. Het  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme snoeit de drie meest rechtse kinderen van de middelste knoop, en dat is te begrijpen: de MAX-speler kan via zijn linker kindknoop al een antwoord  $-7$  bewerkstelligen, dus als (dankzij het meest linkse kind van de middelste knoop) de middelste knoop  $-7$  of nog lager oplevert, heeft het geen zin nog te kijken naar die drie meest rechtse kinderen. De spelboom ziet er als volgt uit:



**Opgave 3.** ID3 (20/100 punten; tentamen 1 juni 2001)

Denk er aan ook te vertellen wat er gebeurt als er geen voorbeelden meer zijn voor een knoop, wat als er geen attributen meer over zijn (kies de meerderheidswaarde, zie ook **b**), en wat als alle voorbeelden dezelfde classificatie hebben (dan heb je een ja- of nee-knoop). Geef ook de formule voor  $\text{Gain}(\text{attribuut})$ .

Voor het probleem met zeer veel mogelijke attribuutwaarden kan bijvoorbeeld de  $\text{Gain}()$ -waarde gedeeld worden door iets wat de groottes van de verschillende klassen “meet”, bijvoorbeeld:

$$\text{SplitInfo}(A) = - \sum_{i=1}^{\nu} \frac{|S_i|}{|S|} \log\left(\frac{|S_i|}{|S|}\right),$$

als de betreffende voorbeelden  $S$  door het attribuut  $A$  in  $\nu$  klassen  $S_1, \dots, S_\nu$  verdeeld wordt.

**Opgave 4.** Genetische algoritmen (20/100 punten; tentamen 1 juni 2001)

Een bitstring moet een compleet rooster coderen. Start bijvoorbeeld met een matrix met als rijen de uren van de week en als kolommen de klassen. Zet per matrixelement een leraar (bijvoorbeeld VRIJ) — even aannemend dat leraren en vakken uniek gekoppeld zijn. Zet deze matrix met rijen achter elkaar in een string. Ook is het mogelijk een rij van tupels (vak, klas, uur, leraar, lokaal) te maken, als rijen maar altijd even lang zijn.

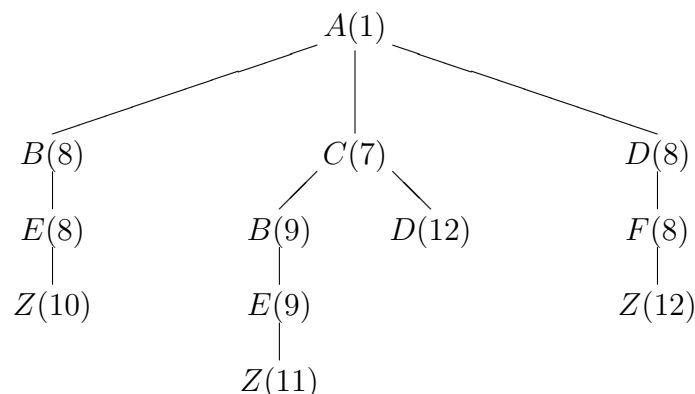
Een evaluatiefunctie moet als het ware een rapportcijfer geven aan zo’n rooster. Er zijn harde constraints: de klassen moeten de hun toebedeelde vakken krijgen, leraren kunnen niet op meerdere plaatsen tegelijk aanwezig zijn, en per lokaal en tijd mag er maximaal één klas zijn. Dit soort conflicten leveren strafpunten op. Evenzo, maar dan minder hard, zijn er (minder) strafpunten voor tussenuren en slechte vakverdelingen. Al deze punten opgeteld geven een evaluatiefunctie.

Met behulp van selectie, crossover en mutatie werkt het Genetisch algoritme zich een weg naar een goede oplossing.

Speciale mutaties kunnen bijvoorbeeld twee leraren verwisselen, of een VRIJ uur toevoegen. Bij crossover kun je met daggrenzen of klassen rekening houden.

Een Genetisch algoritme heet *elitair* als de beste  $x$  individuen steeds naar de volgende generatie gaan.

**Opgave 5.** A\* en IDA\* (20/100 punten; tentamen 13 augustus 2001)

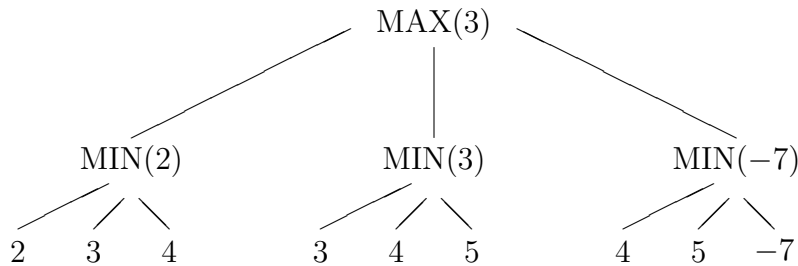


Uiteindelijk wordt bovenstaande boom opgebouwd. Tussen haakjes staat naast de knopen hun  $f$ -waarde. Achtereenvolgens worden geopend = ontwikkeld = geëxpandeerd  $A(1)$ ;  $f$ -limiet 7:  $C(7)$ ;  $f$ -limiet 8:  $B(8)$ ,  $E(8)$  (dankzij pathmax van 7 naar 8),  $D(8)$ ,  $F(8)$  (dankzij

pathmax van 7 naar 8);  $f$ -limiet 9:  $B(9)$ ,  $E(9)$  (dankzij pathmax van 8 naar 9);  $f$ -limiet 10:  $Z(10)$ , klaar. Let op, hoewel al een doelknoop gevonden is, worden eerst nog knopen met lagere  $f$ -waarde ontwikkeld; pas als een doelknoop ontwikkeld wordt, stopt het algoritme.

**Opgave 6.**  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme (20/100 punten; tentamen 13 augustus 2001)

Orden de kinderen van links naar rechts als volgt: voor het linkse pak 1 lucifers, voor het middelste 2 lucifers en voor het rechtse 3 lucifers. De spelboom ziet er als volgt uit:



Het  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme snoeit niks. Als je de volgorde van de drie kinderen van de  $\text{MIN}(-7)$  knoop andersom doet, dus in de volgorde  $-7$ ,  $5$ ,  $4$ , worden de takken naar  $4$  en  $5$  gesnoeid. En dat is te begrijpen: de MAX-speler kan via de middelste kindknoop al een antwoord  $3$  bewerkstelligen, dus als (dankzij het linkse kind van de rechter knoop) de rechter knoop  $-7$  of nog lager oplevert, heeft het geen zin nog te kijken naar die twee meest rechtse kinderen.

**Opgave 7.** Bayesiaanse netwerken (20/100 punten; tentamen 13 augustus 2001)

Er geldt:  $P(Z|O) = P(O|Z)P(Z)/P(O)$  (Bayes). Nu is

$$\begin{aligned}
 P(O|Z) &= P(O|L, M)P(L|Z)P(M|Z) + P(O|\bar{L}, M)P(\bar{L}|Z)P(M|Z) + \\
 &\quad P(O|L, \bar{M})P(L|Z)P(\bar{M}|Z) + P(O|\bar{L}, \bar{M})P(\bar{L}|Z)P(\bar{M}|Z) \\
 &= 0.9 * 0.6 * 0.8 + 0.5 * 0.4 * 0.8 + 0.5 * 0.6 * 0.2 + 0.0 * 0.4 * 0.2 = 0.652.
 \end{aligned}$$

Analoog  $P(O|\bar{Z}) = \dots = 0.197$ , en dus  $P(O) = P(O|Z)P(Z) + P(O|\bar{Z})P(\bar{Z}) = 0.334$ , waaruit volgt:  $P(Z|O) = 0.652 * 0.3 / 0.334 \approx 0.59$ .

Er geldt: **b** is diagnostisch en **c** causaal.

**Opgave 8.** Neurale netwerken (20/100 punten; tentamen 13 augustus 2001)

Als de uitvoer 4 knopen voor de 4 windrichtingen heeft (“gedistribueerd coderen”) kan het gebeuren dat ze alle vier bijvoorbeeld 1 geven: wat betekent dat? Handiger wellicht één knoop die de windrichting met één getal codeert, bijvoorbeeld de hoek (“locaal coderen”). Let er wel op dat dan de fout “op de cirkel” gemeten wordt.

Verder:

$$\frac{\partial}{\partial W_{j,i}} \frac{1}{2} \sum_t \text{Err}_t^2 = -\text{Err}_i a_j g'(in_i),$$

want  $\text{Err}_i = T_i - O_i = T_i - g(in_i)$  en  $in_i = \sum_\ell W_{\ell,i} a_\ell$ ; tot slot:  $\alpha$  is de leersnelheid. En de gradiënt wijst in de richting van de grootste fout-stijging, dus er komt nog een extra  $-$  bij als je een dalende fout wilt.

**Opgave 9.** A\*/IDA\* (20/100 punten; tentamen 5 juni 2002)

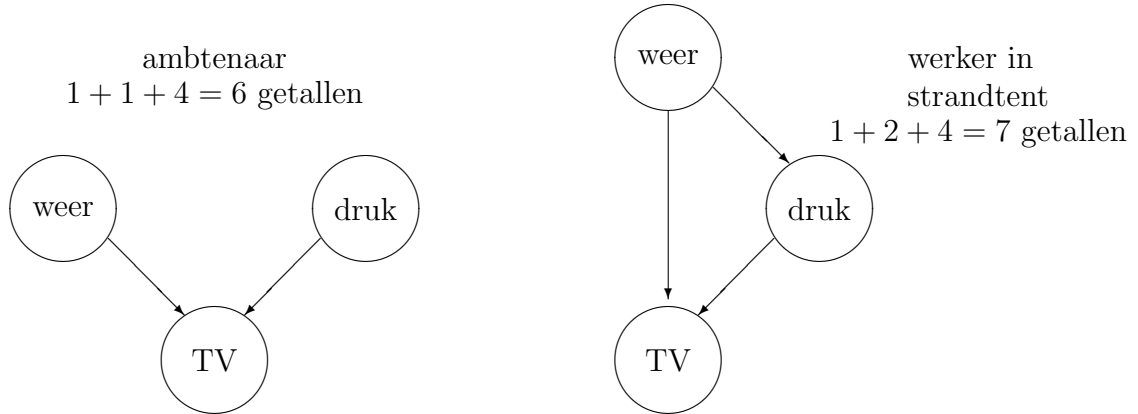
**Opgave 10.**  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme (20/100 punten; tentamen 5 juni 2002)

De wortelknoop krijgt uiteindelijk de waarde 5. Hij heeft een kind (een blad met tak gelabeld “stop”), met waarde 5, en een kind gelabeld “dobbelt”. De knoop daaronder

heeft vier kinderen, met kansen  $1/4$  op de takken, met waarden 3, 4, 6 en 8, en krijgt zelf de waarde  $(3 + 4 + 6 + 8)/4 = 5.2$ . Bijvoorbeeld de knoop met 4 erin heeft weer een stop-knoop en een dobbelknoop, waaronder 1, 5 en 6 hangen.

Het is handig om MIN als eerste speler te laten beginnen. Een alternatief is alle eindwaarden negatief te maken.

**Opgave 11.** Bayesiaanse netwerken (20/100 punten; tentamen 5 juni 2002)



Over de tak van weer naar TV (strandtent) valt wellicht te discussiëren.

Diagnostisch:  $P(\text{mooi weer} \mid \text{TV ja})$ ,

causaal:  $P(\text{TV nee} \mid \text{mooi weer})$ ,

intercausaal:  $P(\text{mooi weer} \mid \text{TV ja} \wedge \text{wel druk})$

(alle drie voor ambtenaar),

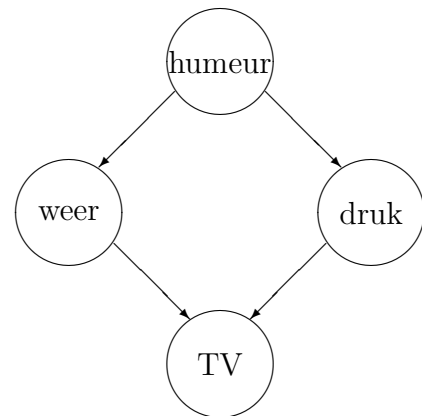
mixed:  $P(\text{niet druk} \mid \text{TV ja} \wedge \text{slecht weer})$

(voor werker in strandtent).

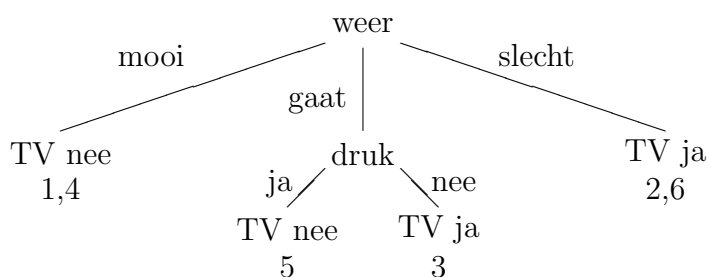
Met “cutset” humeur: maak twee netwerken,

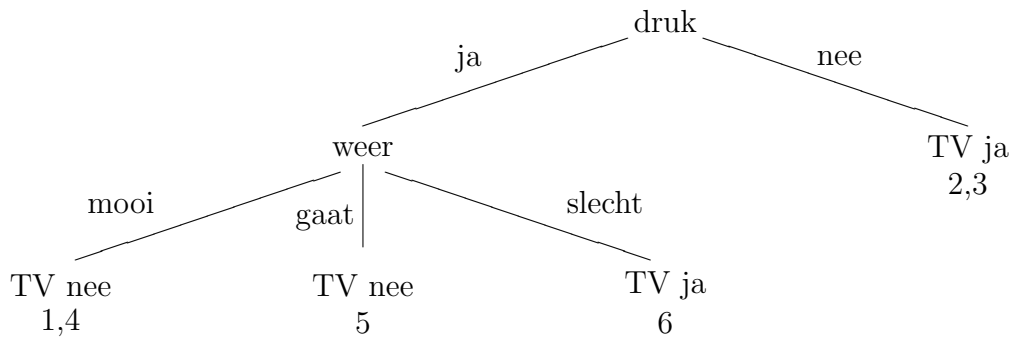
één voor humeur goed en één voor

humeur slecht — zonder kringen.



**Opgave 12.** ID3 (20/100 punten; tentamen 5 juni 2002)





$I(3/6, 3/6) = 1$ , de entropie vooraf. Na de eerste weer-vraag:

$$1/3 \times I(1, 0) + 1/3 \times I(1/2, 1/2) + 1/3 \times I(0, 1) = 1/3 \times 0 + 1/3 \times 1 + 1/3 \times 0 = 1/3,$$

met gain:  $1 - 1/3 = 2/3$ .

**Opgave 13.** Neurale netwerken (20/100 punten; tentamen 5 juni 2002)

$W_{j,i} \leftarrow W_{j,i} + \alpha \times I_j \times \Delta_i$  met  $\Delta_i = (T_i - O_i) \cdot g'(in_i)$ , want  $\frac{\partial E}{\partial W_{j,i}} = -(T_i - O_i) \cdot g'(in_i) I_j$ .  
 Let er op dat er een extra min bijkomt omdat je tegen de gradiënt in wilt: je wilt juist een zo laag mogelijk fout.

**Opgave 14.** A\*/IDA\* (20/100 punten; tentamen 12 augustus 2002)

**Opgave 15.**  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme (20/100 punten; tentamen 12 augustus 2002)

**Opgave 16.** ID3 (20/100 punten; tentamen 12 augustus 2002)

**Opgave 17.** Genetische algoritmen (20/100 punten; tentamen 12 augustus 2002)

**b.** De fitnessfunctie geeft de totale kosten van het afgelegde pad, plus (indien ook paden voorkomen die niet alle steden precies één maal aandoen) het aantal fouten dat in het pad zit, bijvoorbeeld het aantal steden dat niet voorkomt. Let er ook op dat mutatie wel of niet deze eis kan verstoren.

**Opgave 18.** A\*/IDA\* (20/100 punten; tentamen 25 juni 2003)

De route langs de  $D$ 's kost  $3k$ , die langs de  $C$ 's  $2k + 3$  en die langs de  $B$ 's kost  $k + 8$ .

Dus voor  $k < 3$ :  $D$ -route,  $k = 3$ :  $C$  of  $D$ ,  $k = 4$ :  $C$ ,  $k = 5$ :  $C$  of  $B$ , en  $k > 5$ :  $B$ -route.

**d.** Veel verschillende  $f$ -waarden, zodat je vaak opnieuw een depth-first wandeling moet maken — slecht. Veelvuldig pathmax toepassen is fijn.

**Opgave 19.**  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme (20/100 punten; tentamen 25 juni 2003)

De wortelknoop krijgt minimax-waarde 3.25.

**Opgave 20.** Bayesiaanse netwerken (20/100 punten; tentamen 25 juni 2003)

**a.**  $P(w)$ ,  $P(a|w)$ ,  $P(a|\bar{w})$ ,  $P(e|w, a)$ ,  $P(e|\bar{w}, a)$ ,  $P(e|w, \bar{a})$ ,  $P(e|\bar{w}, \bar{a})$ ,  $P(b|a)$ ,  $P(b|\bar{a})$ ,  $P(k|a, e)$ ,  $P(k|\bar{a}, e)$ ,  $P(k|a, \bar{e})$  en  $P(k|\bar{a}, \bar{e})$

**b.**  $P(B|A) = P(B|A, W)$

**c.**  $P(b|\bar{w}) = P(b|a)P(a|\bar{w}) + P(b|\bar{a})P(\bar{a}|\bar{w})$  (en  $P(\bar{a}|\bar{w}) = 1 - P(a|\bar{w})$ ).

**d.**  $P(k|\bar{w}) = P(k|a, e)P(e|\bar{w}, a)P(a|\bar{w}) + P(k|\bar{a}, e)P(e|\bar{w}, \bar{a})P(\bar{a}|\bar{w})$   
 $+ P(k|a, \bar{e})P(\bar{e}|\bar{w}, a)P(a|\bar{w}) + P(k|\bar{a}, \bar{e})P(\bar{e}|\bar{w}, \bar{a})P(\bar{a}|\bar{w})$

**e.**  $P(a|\bar{b}, w) = P(\bar{b}|a, w)P(a|w)/P(\bar{b}|w) = P(\bar{b}|a)P(a|w)/P(\bar{b}|w)$  (via Bayes, **b** en **c**)

**f.** **c** en **d** causaal, **e** mixed

**Opgave 21.** Theorie (diversen) (20/100 punten; tentamen 25 juni 2003)

**Opgave 22.** A\*/IDA\* (20/100 punten; tentamen 4 juni 2004)

b. Neem  $\sigma \geq 3/2$  (dan admissibel).

c. Bij het ontwikkelen van  $C-5$  kom je  $F-3 + \sigma$  tegen. Als  $\sigma \leq 2$  wordt dit dankzij “pathmax” natuurlijk 5. Let er tevens op dat als  $2 < \sigma < 3$  bij  $f$ -limiet 6 ook knoop  $F$  ontwikkeld wordt (anders alleen  $B$ ).

**Opgave 23.**  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme (20/100 punten; tentamen 4 juni 2004)

a. Je krijgt bladeren 9 (enig kind), 15, 10 (2 broers), 12, 13, 11 (3 broers), 10, 17 (2 broers), 9 (enig kind), 11, 11 en 6 (3 broers).

c, d. Voor **A** hoog: 11, met maximaal 4 “geprunede” bladeren; voor **A** laag: 9, met maximaal 6 “geprunede” bladeren. (Dat komt omdat de 11 steeds 2 broers heeft, en 9 enig kind is.)

**Opgave 24.** Neurale Netwerken (20/100 punten; tentamen 4 juni 2004)

d. Ockham preferereert “korte” (goede) verklaringen boven “lange” (goede) verklaringen. Dus liever minder verborgen knopen.

**Opgave 25.** Constraint Satisfaction Problemen (20/100 punten; tentamen 4 juni 2004)

e. Gebruik de “most constraining variable” heuristiek voor de keus van de eerste te kleuren knoop: kies  $C$ , want die heeft de meeste burens: 4 stuks. Kies dan bijvoorbeeld  $A$ . Nu hebben  $B$  en  $D$  nog maar één mogelijke kleur, en dus kleuren we die nu (volgens de “minimum remaining values” heuristiek. Kies vervolgens knoop  $E$ . Volgens de “least constraining value” heuristiek geven we die dezelfde kleur als  $C$ . De rest is eenvoudig te kleuren. (Er zijn andere oplossingen mogelijk.)

**Opgave 26.** Theorie (diversen) (20/100 punten; tentamen 4 juni 2004)

**Opgave 27.** A\*/IDA\* (20/100 punten; tentamen 3 juni 2005)

**Opgave 28.**  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme (20/100 punten; tentamen 3 juni 2005)

**Opgave 29.** Neurale netwerken (20/100 punten; tentamen 3 juni 2005)

**Opgave 30.** Bayesiaanse netwerken (20/100 punten; tentamen 3 juni 2005)

c.  $P(e|\bar{w}) = P(e|f, n)P(n|f, \bar{w})P(f|\bar{w}) + P(e|f, \bar{n})P(\bar{n}|f, \bar{w})P(f|\bar{w}) + P(e|\bar{f}, n)P(n|\bar{f}, \bar{w})P(\bar{f}|\bar{w}) + P(e|\bar{f}, \bar{n})P(\bar{n}|\bar{f}, \bar{w})P(\bar{f}|\bar{w})$ ; causaal

d.  $P(f|\bar{e}, w) = P(\bar{e}|f, w)P(f|w)/P(\bar{e}|w)$ , waarbij  $P(f|w)$  en  $P(\bar{e}|w)$  (zie c) bekend zijn, en  $P(\bar{e}|f, w) = P(\bar{e}|f, n)P(n|f, w) + P(\bar{e}|f, \bar{n})P(\bar{n}|f, w)$ ; mixed

**Opgave 31.** Theorie (diversen) (20/100 punten; tentamen 3 juni 2005)

c. “false positive”: hypothese specialiseren, “false negative”: hypothese generaliseren

**Opgave 32.** A\*/IDA\* (20/100 punten; tentamen 20 juni 2006)

**Opgave 33.**  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme (25/100 punten; tentamen 20 juni 2006)

c. De wortel krijgt waarde  $2/3$ , kinderen 2, 0 en 0. Kind  $\mathcal{A}$  (gekozen met kans  $1/3$ ) heeft drie kinderen, met waarde  $-8/3$ ,  $-2$  en  $2$  (voor passen) respectievelijk; kind  $\mathcal{B}$  heeft kinderen met 0 en  $-1$ .

**Opgave 34.** Neurale netwerken (20/100 punten; tentamen 20 juni 2006)

**Opgave 35.** ID3 (20/100 punten; tentamen 20 juni 2006)

**b.** Vraag in de wortel naar banden (leeftijd is even goed, overigens, dus dat mag ook; de Gain van kleur is 0). Rechterkind (False) is “Nee”. Vraag links (True) bijvoorbeeld naar kleur, en daarvan linkerkind “Ja”, en rechterkind vraagt naar leeftijd.

**c.** Vraag in de wortel naar kleur, bij True naar banden en bij False naar leeftijd ... wat een boom van diepte 2 oplevert.

**Opgave 36.** Theorie (diversen) (15/100 punten; tentamen 20 juni 2006)

**Opgave 37.** A\*/IDA\* (20/100 punten; tentamen 21 augustus 2006)

**b.** Drie wijzigingen:  $H(5)$ ,  $D(5)$  en  $E(6)$ .

**c.** Bij  $F$  pathmax:  $3 \rightarrow 5$ . Als  $\rho < 1$  krijg je  $A - H - Y$  met  $5 + \rho$  als afstand. Als  $\rho > 1$  krijg je  $A - D - G - Z$  met gewicht 6. Als  $\rho = 1$  (een van) beide.

**d.** De beste admissibele waarde is de kortste afstand tot het doel.

**Opgave 38.**  $\alpha$ - $\beta$ -algoritme (20/100 punten; tentamen 21 augustus 2006)

**Opgave 39.** Neurale netwerken (20/100 punten; tentamen 21 augustus 2006)

**d.** Neem als errorfunctie  $E = \frac{1}{2} \sum_i \text{Error}_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j} W_{j,i}^2$ . De leerregel wordt dan zoiets als

$$W_{j,i} \leftarrow W_{j,i} + \alpha \cdot a_j \cdot \Delta_i - \beta \cdot W_{j,i} \quad \text{met} \quad \Delta_i = \text{Error}_i \cdot g'(\text{in}_i)$$

Hierbij zijn  $\alpha$  en  $\beta$  twee learning rates, en  $a_j$  is de activatie van knoop  $j$ .

**Opgave 40.** Bayesiaanse netwerken (20/100 punten; tentamen 21 augustus 2006)

**Opgave 41.** Theorie (diversen) (20/100 punten; tentamen 21 augustus 2006)

**d.** Voeg als verboden paren toe  $(X_1 = R, X_2 = R)$ ,  $(X_1 = R, X_2 = G)$  etc.