1) Zie overheads 'gemist ...':

$A \cap (A \cup B)$ (identity/nulelement)
$(A \cup \varnothing) \cap (A \cup B)$ (distributive)
$A \cup (\varnothing \cap B)$ (commutative)
$A \cup (B \cap \varnothing)$ (identity/nulelement)
$A \cup \varnothing$ (identity/nulelement)
A

De commutativiteit mag weggelaten worden, maar is nodig als je de regels in slechts één vorm gebruikt.

2) Niet associatief $2\%(4\%6) = 2\%5 = 3.5$ terwijl $(2\%4)\%6 = 3\%6 = 4.5$. Daarmee is $2\%4\%6$ ongedefinieerd, tenzij we de leesrichting van % vastleggen.

Nee, $2\%4\%6$ is niet gelijk aan $\frac{2+4+6}{2}$ of $\frac{2+4+6}{3}$.

3) $111, 122 \in K - L$, $112, 121 \in K \cap L$, $211, 222 \in L - K$, tenslotte behoren $212, 221$ tot geen der talen.

4) Het aantal getallen dat deelbaar is door $2, 3, 5, 2{\cdot}3 = 6, 2{\cdot}5 = 10, 3{\cdot}5 = 15$ en $2{\cdot}3{\cdot}5 = 30$ is respectievelijk $300, 200, 120, 100, 60, 40$ en 20.

Volgens het principe van inclusie en exclusie is het aantal getallen dat deelbaar is door tenminste een van de getallen $2, 3, 5$ gelijk aan $300 + 200 + 120 - 100 - 60 - 40 + 20$. Snel geteld is dat 440.

5) Echte inclusie is niet symmetrisch, maar wel antisymmetrisch. Het komt nooit voor dat zowel $A \subset B$ als $B \subset A$ voor verschillende A en B.

6) Neem een element $z \in C$. We moeten laten zien dat er een element in A is dat op z wordt afgebeeld. Omdat g surjectief is, is er een $y \in B$ met $g(y) = z$. Omdat f surjectief is, is er een $x \in A$ met $f(x) = y$.

Nu geldt $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(y) = z$, dus hebben we een geschikt element gevonden.

7) De matrix van een ongerichte graaf is symmetrisch en heeft alleen nullen op de diagonaal.

Als de matrix alleen nullen op de diagonaal heeft zijn er geen lussen in de graaf.

De relatie is surjectief als elke kolom tenminste één 1 bevat.

8) $K_{3,3}$ voldoet aan de beschrijving. Bipartiete grafen hebben geen cykels van oneven lengte, vandaar.

9) Als $u = v$ is er een simpel pad van lengte nul. We nemen nu dus dat $u \neq v$.

Als er een pad van u naar v is, kijk dan naar een pad van minimale lengte. Zo'n minimaal pad kan geen knoop tweemaal bevatten omdat we anders het tussenstuk kunnen weglaten en een korter pad vinden; dit is niet mogelijk. Daarmee is het minimale pad simpel.

Opgelet: *niet* elk simpel pad heeft minimale lengte.

10) De pijlen zijn bijvoorbeeld $(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 2)$ op de vijf knopen $1, 2, \ldots, 5$. Elke knoop heeft een uitgaande pijl, dus er is geen put. Knoop 1 is een bron, zonder inkomende pijl. De graaf is zwak samenhangend: via (een deel van) het pad tussen 1 en 5 kunnen we van elke knoop naar elke andere, eventueel door tegen de richting in te lopen.

Dit kan niet met sterke samenhang. Je kunt dan niet *naar* de bron lopen in de richting van de pijlen.

HJH okt '09