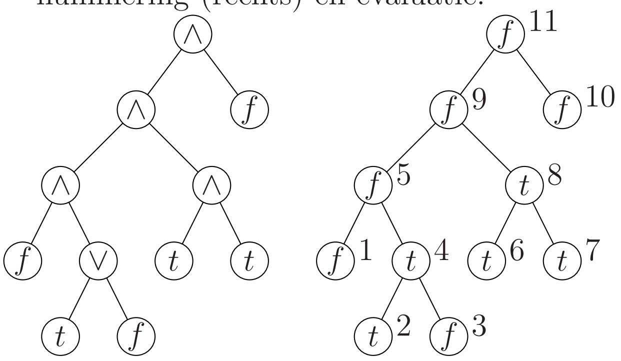
1. *Januari 2009, zie uitwerkingen. Lees óók de extra's daarin. Opgave 1b&c komen uit de opgavenbundel.*

2a. $R(X) = \{2,3\}$, dit is dus een gewone verzameling, géén relatie. $R^{-1}(R(X)) = \{a,b,c\}$, $R \circ R^{-1} = \{(a,a),(a,b),(b,b),(b,a),(c,c)\}$.

b. Niet functioneel, want twee vertrekkende takken bij a (dit kan niet verholpen worden door takken toe te voegen); Niet injectief, want twee inkomende takken bij 2 (dit kan niet verholpen worden door takken toe te voegen); Surjectief, want elke knoop in V heeft een inkomende tak; Niet totaal, want d heeft geen vertrekkende tak (voeg een tak vanuit d toe met willekeurige bestemming in V)

c. Reflexief betekent dat alle paren (u,u) aanwezig zijn met $u \in U$. Dat is zo als we een pijl uit u heen en dan weer terug kunnen volgen. Dat kan voor elke u precies als de relatie totaal is.

3ab. De expressieboom, met de postordenummering (rechts) en evaluatie.



c. *Juli 2004, zie uitwerkingen.*

4. *December 2005, zie uitwerkingen.*

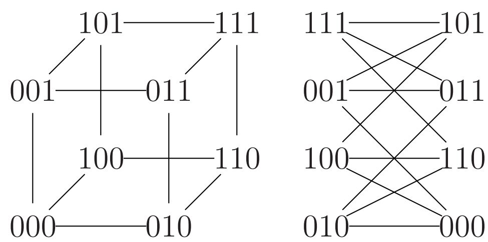
5a. Een graaf is bipartiet als de verzameling knopen V verdeeld kan worden in twee deelverzamelingen $V = V_1 \cup V_2$, $V_1 \cup V_2 \neq \varnothing$, zodat elke lijn tussen V_1 en V_2 loopt.

$K_{3,3}$ is de complete bipartiete graaf op $3+3$ knopen, waarbij alle $3 \cdot 3$ lijnen aanwezig zijn.

b. Voor n even geldt $e \leq (\frac{n}{2})^2$, dwz. de n knopen worden gelijkelijk over de twee delen verdeeld.

c. Een cykel keert weer terug naar het uitgangspunt. Bij een bipartiete graaf springen we telkens van de ene naar de andere deelverzameling knopen. Om terug te komen oet dat een even aantal keer gebeuren, dus een even aantal lijnen.

d. De kubus ($n = 3$) wordt als volgt volgens de regels geconstrueerd.



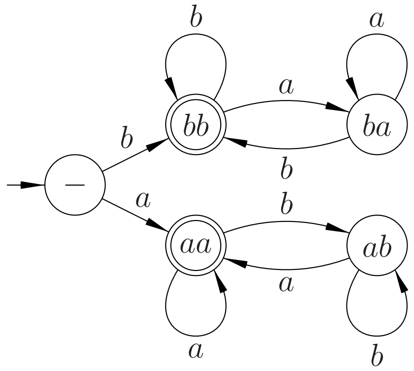
De partitie de werkt is om V_n te splitsen in knopen met een even aantal 1'en en die met een oneven aantal. Takken lopen dan tussen die twee verzamelingen.

6a. Stel de kortste string uit K heeft lengte ℓ. De kortste uit K^2 heeft dan lengte 2ℓ. Als $K = K^2$ dan is $\ell = 2\ell$, dwz. $\ell = 0$. Met andere woorden, de kortste string is λ.

b. $K^* = \bigcup_{n\in\mathbb{N}} K^n$. Als $K = K^2$, geldt ook $K^3 = K \cdot K^2 = K \cdot K = K$, enzovoort voor alle machten, $K^n = K$, $n \geq 1$. Dus $K^* = \bigcup_{n\in\mathbb{N}} K^n = K^0 \cup \bigcup_{n\geq 1} K^n = \{\lambda\} \cup K = K$. Want er geldt dat $\lambda \in K$ vanwege **a**.

Opgave 6 komt uit de opgavenbundel.

7a. Splits de berekeningen afhankelijk van het eerst gelezen symbool.



De toestanden coderen ahw. twee variabelen. De eerste heeft de waarde van de eerst gelezen letter, de tweede van de laatste tot nu toe gelezen letter.

b. Rechtstreeks vanuit de beschrijving. $\{a, b\} \cup a\{a, b\}^*a \cup b\{a, b\}^*b$.