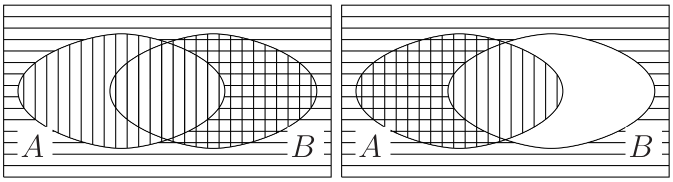


1) Links: verticaal $A \cup B$, horizontaal A^c. De doorsnede is het gebied dat dubbel gearceerd is. Rechts: verticaal A, horizontaal B^c. De vereniging is gearceerd, het complement daarvan is ongearceerd.

We zijn geinteresseerd in de laatstgenoemde gebieden, die zijn links en rechts gelijk. Namelijk $B \setminus A$, maar dat werd niet gevraagd.

Misverstanden. We werken hier met complementen. Dan moet je altijd het universum (buitenste kader) aangeven.

2) Een string behoort tot T als deze (i) niet met een a begint, of (ii) wel met een a begint en even lengte heeft. Dat suggereert $T = K^c \cup (K \cap L)$. Dat kan zelfs korter $T = K^c \cup L$.

3)

			1	4	2	3	6	5
p	q	r	$((p \to q)$	$\vee$	$(\neg p$	$\to r))$	$\wedge$	$(q \vee r)$
0	0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	0	0
1	0	1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	0	1	1	1

Je mag natuurlijk ook `F` en `T` gebruiken ipv. $0, 1$.

Misverstanden. Geef de acht rijen p, q, r in systematische volgorde.

4) Als A en B eindig zijn, dan geldt $|A \times B| = |A| \cdot |B|$ en $|\mathcal{P}(A)| = 2^{|A|}$. Het aantal elementen hier is dan $2^{2 \cdot 3 \cdot 2}$. Dat is 4096.

5) (toets 10'10) Ten overvloede. reflexief: voor *alle* $A \subseteq \mathbb{N}$ geldt $A \diamondsuit A$; symmetrisch: voor alle $A, B \subseteq \mathbb{N}$ geldt, als $A \diamondsuit B$ dan $B \diamondsuit A$; transitief: voor alle $A, B, C \subseteq \mathbb{N}$ geldt, als $A \diamondsuit B$ en $B \diamondsuit C$ dan $A \diamondsuit C$.

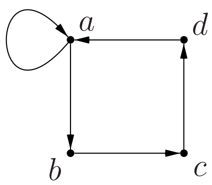
niet reflexief: voor $A = \varnothing$ geldt dat $A \cup A \neq \mathbb{N}$, dus *niet* $A \diamondsuit A$.

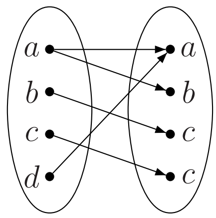
symmetrisch: want als $A \diamondsuit B$ dan $\mathbb{N} = A \cup B = B \cup A$, dus $B \diamondsuit A$. (kort: $\cap$ is commutatief)

niet transitief: bijvoorbeeld $A = C = \varnothing$ en $B = \mathbb{N}$, dan $A \diamondsuit B$ en $B \diamondsuit C$, maar niet $A \diamondsuit C$.

6) $\{0, 1\}^*$ is de verzameling van alle strings (rijtjes) met letters $0, 1$. Je kunt de strings op lengte en alfabetisch ordenen, zo krijg je een opsomming die als bijectie kan dienen: $\lambda, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, 001, 010, \ldots$.

7)





8) Meetkundige reeks! $\sum_{i=0}^{n} r^i = \frac{r^{n+1}-1}{r-1}$. Voor $r = 3$: $\sum_{i=0}^{n} 3^i = \frac{3^{n+1}-1}{2}$.
Voor $r = -1$: $\sum_{i=0}^{n} (-1)^i = \frac{(-1)^{n+1}-1}{-2}$.

Dus $\sum_{i=0}^{n} [3^i + (-1)^i] = \frac{3^{n+1}-1}{2} + \frac{(-1)^{n+1}-1}{-2}$.

Extra. Dat laatste ziet er gruwelijk uit, maar wat komt er uit de som $\sum_{i=0}^{n} (-1)^i = +1 - 1 + 1 - 1 + \cdots \pm 1$? Dat is natuurlijk $+1$ als n even, en 0 als n oneven. (*Let op*: als n even, staan er een oneven aantal termen.) Kortom, dat is duidelijker dan de formule.

$\sum_{i=0}^{n} [3^i + (-1)^i] = \frac{3^{n+1}-1}{2}$ als n oneven, en $\frac{3^{n+1}-1}{2} - 1 = \frac{3^{n+1}+1}{2}$ als n even.

9) Theorem 8.6. Een ongerichte graaf G met n knopen is een boom als aan (tenminste) twee van de volgende eisen is voldaan *(i)* G is samenhangend, *(ii)* G heeft geen cykels, en *(iii)* G heeft $n-1$ lijnen.

10) $((a \bullet b) \bullet c) \bullet d$ post: $ab \bullet c \bullet d \bullet$

$(a \bullet (b \bullet c)) \bullet d$ post: $abc \bullet \bullet d \bullet$

$(a \bullet b) \bullet (c \bullet d)$ post: $ab \bullet cd \bullet \bullet$

$a \bullet ((b \bullet c) \bullet d)$ post: $abc \bullet d \bullet \bullet$

$a \bullet (b \bullet (c \bullet d))$ post: $abcd \bullet \bullet \bullet$