Fundamentele Informatica (I&E den Haag) **november 2011**

1) Even een Venn diagram op een kladbaadje tekenen om te zien dat er U uit moet komen, het universum.

$$\begin{aligned} (A \cup B^c) \cup (B \cap A^c) &= \quad \text{dis} \\ ((A \cup B^c) \cup B) \cap ((A \cup B^c) \cup A^c) &= \quad \text{cmm} \\ ((A \cup B^c) \cup B) \cap ((B^c \cup A) \cup A^c) &= \quad \text{ass} \\ (A \cup (B^c \cup B)) \cap (B^c \cup (A \cup A^c)) &= \quad \text{cmpl} \\ (A \cup U) \cap (B^c \cup U) &= \quad \text{een} \\ U \cap U &= \quad \text{id} \\ U & \end{aligned}$$

wegens respectievelijk: distributief, commutatief, associatief 2x, complement 2x, eenelement 2x, idempotent.
Tentamen december 2006

2) Per definitie $X \in \mathcal{P}(V)$ desdals $X \subseteq V$.

Als $\{\varnothing, \{\varnothing\}\} \subseteq \mathcal{P}(V)$ moeten $\varnothing$ en $\{\varnothing\}$ beide element van $\mathcal{P}(V)$ zijn. Dat eerste geldt voor elke V, het tweede als $\{\varnothing\} \subseteq V$, oftwel $\varnothing \in V$.

$\{\varnothing, \{\varnothing\}\} \in \mathcal{P}(V)$ als $\{\varnothing, \{\varnothing\}\} \subseteq V$, en dus zowel $\varnothing \in V$ als $\{\varnothing\} \in V$.

3) Niet associatief: $2\%(4\%6) = 2\%5 = 3.5$ terwijl $(2\%4)\%6 = 3\%6 = 4.5$. Daarmee is $2\%4\%6$ ongedefinieerd, tenzij we de leesrichting van $\%$ vastleggen, zoals vaak gebeurt in programmeertalen.

Nee, $2\%4\%6$ is niet gelijk aan $\frac{2+4+6}{2}$ of $\frac{2+4+6}{3}$.
Toets oktober 2009

4) $R(X)$: pijlen volgen vanuit X. $R(\{a,c\}) = \{1,2,3\}$. Voor $R^{-1}(\cdot)$ pijlen van de inverse relatie volgen, dwz. tegen de richting van R in. $R^{-1}(R(\{a,c\})) = R^{-1}(\{1,2,3\}) = \{a,b,c\}$.

$R \circ R^{-1} \subseteq A \times A$. Is gelijk aan $\{(a,a),(b,b),(b,c),(c,b),(c,c)\}$.

5) Relaties zijn verzamelingen, we kunnen daar de gebruikelijke operaties op toepassen.

Vereniging. Nee, $\{(1,2)\}$ en $\{(2,3)\}$ zijn beide transitief, maar hun vereniging niet.

Doorsnede. Ja, als (x,y) en (y,z) in de doorsnede zit, dan zitten deze elementen in zowel R als in S. Omdat beide transitief zijn zit (x,z) in zowel R als in S, dus in de doorsnede.
uit bundel

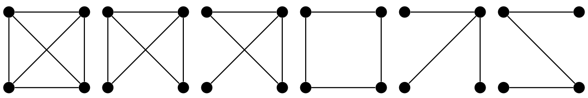
6) $f(x) = -x$. (Ik had eerst iets ingewikkelds in gedachten ...)

7) $\sum_{k=0}^{n} r^k = \frac{r^{n+1}-1}{r-1}$, invullen met $r = -2$.

$\sum_{k=0}^{n} kv = \frac{1}{2}nv(n+1)$, invullen met $v = 2$.

Optellen, klaar.

8)



uit bundel

9) Geen put, dus elke knoop moet een uitgaande pijl hebben. Begin ergens, volg herhaald willekeurig een uitgaande pijl (dat kan). Op het moment dat we voor het eerste een knoop opnieuw tegenkomen hebben we een cykel gevonden.

10) Preorde $\oplus xy$ is in infix notatie $(x \oplus y)$.

Dus $\ominus \oplus 2 \oplus 4\ {-3} \oplus 3\ 7$ wordt
$\ominus \oplus 2(4 \oplus -3)(3 \oplus 7)$ wordt
$\ominus(2 \oplus (4 \oplus -3))(3 \oplus 7)$ wordt
$((2 \oplus (4 \oplus -3)) \ominus (3 \oplus 7))$.

Daar hadden we beter gelijk de getallen kunnen invullen, maar nu dan achteraf.

$((2 \oplus (4 \oplus -3)) \ominus (3 \oplus 7)) = ((2 \oplus 1) \ominus 10) = (3 \ominus 10) = 10$. Steeds optellen, laatste stap maximum.

Het is ook makkelijk om expliciet een boom voor de formule te construeren, maar dat hoeft niet.

HJH nov '11