Toets Fundamentele Informatica 1 **25 oktober 2013, 11.00–13.00**

Deze toets bestaat uit tien opgaven. *Geef steeds voldoende uitleg.* Succes!

1) Binnen het universum U geldt voor verzamelingen A, B en C dat

$$A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$$

Laat dit zien, bijvoorbeeld met Venn-diagrammen. Geef duidelijk aan wat de diverse gearceerde gebieden voorstellen.

2) Bewijs de absorptiewet $A \cap (A \cup B) = A$ in de verzamelingenalgebra door (bijvoorbeeld) aan te tonen dat zowel $A \cup (\varnothing \cap B) = A \cap (A \cup B)$ als $A \cup (\varnothing \cap B) = A$.
Benoem de gebruikte regels.

3) Laat $A = \mathbb{N}$ en $B = \{a, b, c\}$.

Geef een notatie voor de verzameling van alle relaties van A naar B, en een voor de verzameling van alle talen over B. Gebruik machtsverzameling.

4) Op $\mathbb{N}$ definieren we de operatie $\circ$ door $x \circ y = y$, voor $x, y \in \mathbb{N}$. De binaire operatie $\vee$ op $\mathbb{N}$ is niet nader gespecificeerd.

– Laat zien dat $\circ$ distribueert over $\vee$, van links: $x \circ (y \vee z) = (x \circ y) \vee (x \circ z)$.

– Onder welke voorwaarde geldt distributiviteit van rechts: $(y \vee z) \circ x = (y \circ x) \vee (z \circ x)$?

5) Laat $X = \{0, 1, 2, 3\}$ en $R \subseteq X^2$ is gelijk aan $\{\ (0,0),\ (0,1),\ (1,2),\ (1,3),\ (2,0)\ \}$.

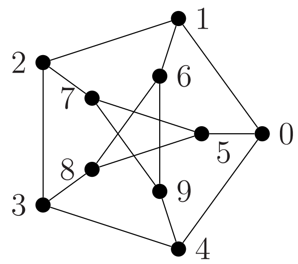
Teken de graafrepresentatie van R. Bepaal $R^2 \cap R^3$.

6) Laat $R \subseteq A \times B$ een relatie zijn met $\mathrm{dom}(R) = A$ (dwz. de relatie R is totaal).
Bekijk de relatie $S = R \circ R^{-1}$ op A.
Laat zien dat S reflexief en symmetrisch is.

7) Geef een functie $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ die niet de identiteit is, maar waarvoor $f \circ f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ wél de identiteit is.

8) Geef een gesloten formule (uitgedrukt in n) voor $\sum_{k=0}^{n}(\sum_{j=0}^{k} 1)$.
Aanwijzing: wat is de uitdrukking tussen haakjes (uitgedrukt in k)?

9) Onderstaande graaf is de Petersen-graaf. Leg uit dat deze graaf niet bipartiet is.



10) Als in een ongerichte graaf G elke knoop graad 2 of meer heeft, dan heeft G een cykel.
Bewijs dit.