Toets Fundamentele Informatica 1 **26 oktober 2012, 11.00–13.00**

Deze toets bestaat uit tien opgaven. *Geef steeds voldoende uitleg.* Succes!

1) Laat zien dat de absorptiewet $A \cap (A \cup B) = A$ geldt door het geven van een redenering ("als $x \in \ldots$ dan $\ldots$") zonder expliciet Venn diagrammen te gebruiken.

2) In een vraag op math.stackexchange.com worden de aantallen lezers van the Mirror, the Citizen en the Times gegeven.

[..] the number of the people who read Mirror and Times were 19, Citizen and Mirror were 15, Citizen and Times were 14. Those who read all the three were found to be 4 people only. Determine the total number of people interviewed if 5 read none of the newspapers.

Geef een Venn diagram voor drie verzamelingen C,M,T en vul de gegeven aantallen in. Beredeneer dat de vraag hoeveel mensen deelnamen niet beantwoord kan worden.

3) Laat $A = \mathbb{N}$ en $B = \{a, b, c\}$.

Geef een notatie voor de verzameling van alle relaties van A naar B, en een voor de verzameling van alle talen over B. Gebruik machtsverzameling.

4) De operatie $\diamond$ op $\{a, b\}^*$ knoopt twee strings in omgekeerde volgorde achter elkaar: $x \diamond y = y \cdot x$. Bijvoorbeeld $aab \diamond bb = bbaab$.

Is $\diamond$ associatief? Wat is $aa \diamond babb \diamond b$?

5) De relatie R op $D = \{1, 2, 3, 4\}$ is gegeven door de verzameling paren
$\{ (1, 3), (3, 3), (4, 3), (3, 4), (2, 4) \}$.
Ga na of R^2 transitief is. (Die vraag gaat over R^2, niet over R zelf.)

6) Laat $R \subseteq A \times B$ een relatie zijn met $\mathrm{dom}(R) = A$. Bekijk de relatie $S = R \circ R^{-1}$. Er geldt $S \subseteq A \times A$.
Laat zien dat S reflexief en symmetrisch is.
Geef een voorbeeld waaruit blijkt dat S niet altijd transitief is.

7) Neem de functie $\mathrm{val} : \{0, 1\}^* \to \mathbb{N}$ die aan elke string zijn waarde geeft (gelezen als binair getal). Bijvoorbeeld $\mathrm{val}(11) = 3$ en $\mathrm{val}(1001) = 9$. Voor de volledigheid $\mathrm{val}(\lambda) = 0$.

Is f surjectief? Is f injectief?

8) Teken de graaf met als knopen de verzameling $V = \mathcal{P}(\{1, 2, 3\})$ en als pijlen
$E = \{ (X, Y) \mid X \subseteq Y, |Y - X| = 1 \}$. (*goed lezen*)

9) Geef een ongerichte graaf die Hamiltons is maar niet Eulers.

10) Als G een ongerichte graaf is zijn equivalent:
(a) G is bipartiet (b) G heeft geen cykels van oneven lengte.
Bewijs deze stelling uit Schaum.