Toets Fundamentele Informatica 1 **22 oktober 2010, 9–11 u.**

Deze toets bestaat uit tien opgaven. *Geef steeds voldoende uitleg.* Succes!

1) Gegeven $A = \{1, 3, 5, 7, \ldots, 19\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, \ldots, 18\}$ en $C = \{1, 2, 3, \ldots, 10\}$. Bepaal $A \oplus B \oplus C$. Is het nodig om hier haakjes te zetten?

2) Gegeven zijn de talen

$$K = \{\ w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ bevat deelwoord } bb\ \} \qquad \text{en}$$

$$L = \{\ w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ heeft een even aantal } b\text{'s}\ \}$$

Teken een Venn diagram van $\{a, b\}^*$ met daarin K en L.
Plaats elk van de (acht) woorden van lengte drie in het juiste gebied.

3) Gebruik de verzamelingenalgebra om de identiteit $(A \cup (A \cup B)) \cap (A \cup B^c) = A$ aan te tonen.

4) Laat $R = \{(1, 3), (1, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$ een relatie zijn op $A = \{1, 2, 3, 4\}$.
Geef de matrixrepresentatie van R
Bepaal R^2 en $R^{-1} \circ R$.

5) Voor deelverzamelingen A en B van $\mathbb{N}$ geldt de relatie $A \Diamond B$ als $A \cup B = \mathbb{N}$.
Onderzoek de eigenschappen reflexiviteit, symmetrie en transitiviteit voor $\Diamond$.

6) De verzamelingen A en B zijn eindig. Als de functie $f : A \to B$ injectief ('1-1') is, wat geldt dan voor de aantallen elementen $|A|$ en $|B|$? Idem waneer f surjectief ('op') is.
(Kies uit $|A| \leq |B|$, $|A| = |B|$, $|A| \geq |B|$, of 'onbekend' als je dat niet kunt weten.)

7) $f : A \to B$ is een functie en $V \subseteq A$. Wanneer geldt dat $V \subset f^{-1}(f(V))$? (echte inclusie)

8) Teken een graaf met zes knopen van respectievelijk graad 4,4,3,3,2 en 1.

9) Voor ongerichte grafen geldt: als er een pad van u naar v is, dan is er ook een simpel pad van u naar v. Geef een bewijs.

10) Bepaal alle niet-isomorfe (ongerichte) samenhangende grafen met vijf knopen en vijf lijnen. (ik kom tot vijf stuks.)