Toets Fundamentele Informatica 1 **21 oktober 2009, 11–13 u.**

Deze toets bestaat uit tien opgaven. Geef steeds voldoende uitleg. Succes!

1) Bewijs de absorptiewet $A \cap (A \cup B) = A$ in de verzamelingenalgebra door (bijvoorbeeld) aan te tonen dat zowel $A \cup (\varnothing \cap B) = A \cap (A \cup B)$ als $A \cup (\varnothing \cap B) = A$.
Benoem de gebruikte regels.

2) De operatie % op $\mathbb{R}$ wordt gedefinieerd als $x\%y = \frac{x+y}{2}$.
Is % associatief? Wat betekent $2\%4\%6$?

3) Gegeven zijn de talen

$$K = \{\ w \in \{1,2\}^* \mid w \text{ begint met een 1 }\} \qquad \text{en}$$

$$L = \{\ w \in \{1,2\}^* \mid w \text{ heeft een oneven aantal 2'en }\}$$

Teken een Venn diagram van $\{1,2\}^*$ met daarin K en L.
Plaats elk van de (acht) woorden van lengte drie in het juiste gebied.

4) Hoeveel getallen uit $\{1,\ldots,600\}$ zijn deelbaar door tenminste één van de getallen 2, 3 of 5?

5) Ga voor de relatie $\subset$ (echte inclusie) op het domein $\mathcal{P}(V)$ na of deze symmetrisch en/of antisymmetrisch is.

6) Laat $f : A \to B$ en $g : B \to C$ functies zijn.
Beredeneer: als f en g surjectief ('op') zijn, dan ook $g \circ f$.

7) Wat is kenmerkend aan de matrix van een ongerichte graaf?
Hoe zien we aan een matrix dat de bijbehorende (multi-)graaf geen lussen heeft?
Dat de bijbehorende relatie surjectief is?

8) Een 'driehoek' in een ongerichte graaf is een cykel op drie knopen.
Geef een graaf met zes knopen en (tenminste) negen lijnen die géén driehoek heeft.

9) Voor ongerichte grafen geldt: als er een pad van u naar v is, dan is er ook een simpel pad van u naar v. Geef een bewijs.

10) Teken een gerichte, zwak samenhangende graaf met vijf knopen, die wel een bron heeft, maar geen put.
Lukt dit ook voor *sterk* samenhangend in plaats van zwak?