Toets Studievaardigheden (I&E) **11 december 2012, 09:30–12:30**

Alle opgaven tellen even zwaar. *Geef steeds voldoende uitleg.* Succes!

1) **a.** Schrijf het verschil $A\backslash B$ met behulp van doorsnede en complement.

b. Laat met behulp van Venn diagrammen zien dat $(A \cup B)\backslash(A \cap B) = (A\backslash B) \cup (B\backslash A)$.
Geef duidelijk aan wat alle arceringen voorstellen.

c. Laat met behulp van de verzamelingenalgebra zien dat $(A \cup B)\backslash A = B\backslash A$.
Herschrijf eerst de operator $\backslash$ als hierboven onder **a**. Benoem de gebruikte regels.

2) Met $\mathcal{P}(V)$ geven we de machtsverzameling van de verzameling V aan.

a. Als $\mathcal{P}(U) = \mathcal{P}(V)$ voor verzamelingen U en V, geldt dan dat $U = V$?
Zo ja, bewijs dit dan. Zo nee, geef dan een voorbeeld waaruit dit blijkt.

b. Bewijs dat $\mathcal{P}(U) \cap \mathcal{P}(V) = \mathcal{P}(U \cap V)$.

3) Gegeven is de relatie $R = \{\ (1,3), (1,4), (3,2), (3,3), (3,4)\ \}$ op $A = \{1,2,3,4\}$.

a. Geef R gerepresenteerd als matrix en als gerichte graaf.

b. Bepaal domein, bereik en inverse van R.

c. Bepaal R^2 en R^3.

4) Een relatie heet een equivalentierelatie als zij reflexief, symmetrisch en transitief is.

a. Wat betekenen deze drie begrippen?

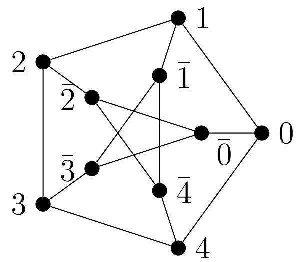
$\mathbb{N}^+$ is de verzameling positieve gehele getallen.
Definieer de relatie $\sim$ op $\mathbb{N}^+ \times \mathbb{N}^+$ door $(a,b) \sim (c,d)$ als $ad = bc$.

b. Laat zien dat $\sim$ een equivalentierelatie is.

c. Hoe is deze equivalentierelatie beter bekend?

Vergeet opgaven 5 en 6 op de volgende pagina niet!

5) Gegeven is onderstaande graaf (de zgn. *Petersen* graaf).



a. Geef een cykel van lengte zes in de Petersen graaf.
Geef tevens een cykel van lengte negen (of acht).

b. Teken de graaf G die als knopen de (tien) verzamelingen van twee elementen uit $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ heeft en die lijnen heeft tussen knopen die geen element gemeenschappelijk hebben. Dus:
$G = (V, E)$, met $V = \{\ X \subset \{0, 1, 2, 3, 4\} \mid |X| = 2\ \}$ en $E = \{\ \{X, Y\} \mid X \cap Y = \varnothing\ \}$.

De gevonden graaf G heeft dezelfde structuur als de Petersen graaf.

c. Geef een isomorfisme tussen beide grafen.

6) $\oplus$ en $\ominus$ zijn hier binaire bewerkingen (op gehele getallen).

a. De expressie $\ominus \oplus 1\ 5 \ominus 8 \oplus 1\ 3$ is in preorde notatie (zgn. Poolse notatie).
Teken de bijbehorende boom.

b. Nummer de knopen van uw boom volgens postordening.
Wandel langs de knopen van de boom (in postorde) en bereken de waarde bij elke knoop. Hierbij zijn $\oplus$ en $\ominus$ respectievelijk de bewerkingen maximum en minimum.

c. Beschrijf een functie die de *hoogte* van een binaire boom bepaalt door het geven van *basis* f(blad) en *recursie* f(knoop), uitgedrukt in f(links) en f(rechts).
Je mag aannemen dat de boom volledig is (elke knoop is ofwel een blad, ofwel heeft beide kinderen.)