

Dit tentamen bestaat uit tien opgaven die alle even zwaar tellen. *Geef steeds voldoende uitleg.*
Succes!

- 1) Laat met Venn diagrammen zien dat doorsnede distribueert over symmetrisch verschil:

$$A \cap (B \oplus C) = (A \cap B) \oplus (A \cap C)$$

- 2) Hoeveel elementen bevat $\{+, -\} \times \mathcal{P}(\{1, 2, 3\})$?

Geef drie van die elementen.

- 3) Symmetrisch verschil kunnen we schrijven als $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$ maar ook als $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$. Gebruik de verzamelingenalgebra om te laten zien dat deze verzamelingen gelijk zijn, laat dus zien dat

$$(A \cup B) \cap (A \cap B)^C = (A \cap B^C) \cup (B \cap A^C).$$

- 4) Gegeven is de relatie $R = \{(a, b), (b, c), (c, b), (c, d), (d, c)\}$ op $\{a, b, c, d\}$.

Bepaal $R^2 = R \circ R$ en $R^3 = R^2 \circ R$. Wat is de transitieve afsluiting $R^+ = \bigcup_{n \geq 1} R^n$?

- 5) Beredeneer: als $f : A \rightarrow B$ en $g : B \rightarrow C$ injectief zijn, dan is de samengestelde functie $g \circ f : A \rightarrow C$ (g na f) dat ook.

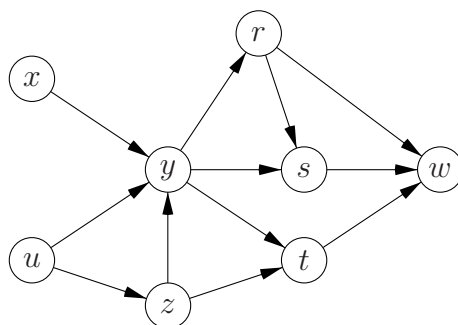
Geldt de omgekeerde bewering ook (dus, als de samenstelling injectief is dan moeten f en g dat ook zijn)?

- 6) Teken de grafen K_5 , $K_{3,3}$ en $K_{2,3}$.

Geef voor elk van de grafen een (gesloten) Euler trail of leg uit waarom die niet bestaat.

Als er geen Euler trail is, is er dan een Euler pad (waar begin- en eindknoop niet gelijk hoeven te zijn)?

- 7) Een *topologische ordening* van een gerichte graaf $G = (V, E)$ is een volgorde $v_1, \dots, v_n$ van alle knopen van G zó dat als $(v_i, v_j) \in E$, dan $i < j$. (Je kunt de knopen van de graaf op een lijn tekenen waarbij alleen pijlen van de graaf van links naar rechts lopen.) Geef een topologische sortering van onderstaande gerichte graaf.



- 8) Gegeven is de rij knopen die we achtereenvolgens hebben bezocht tijdens de preorder traversal van een volledige binaire boom T : $A B C D E F G H I J$

Teken T .

- 9) Ga na of de volgende argumentatie geldig ('valid') is.

Premissen:

Kortjakje verdient geld of ze is ziek.

Als Kortjakje niet ziek is, werkt ze.

Kortjakje werkt.

Conclusie: Kortjakje verdient geld.

- 10) Bewijs met inductie naar n dat

$$\sum_{k=0}^n 2 \cdot 3^k = 3^{n+1} - 1 \text{ voor alle } n \geq 0$$

Gebruik dus het schema: basisstap, inductiehypothese, en bewijs onder die aanname de inductiestap: de formule geldt voor $n + 1$.