

Dit tentamen bestaat uit tien opgaven die alle even zwaar tellen. *Geef steeds voldoende uitleg.*
Succes!

- 1) Laat zien dat voor verzamelingen A en B geldt dat $(A \cup B) \cap A^c = (A \cup B^c)^c$, door twee mooie Venn-diagrammen te tekenen (met uitleg).
- 2) Gegeven zijn de talen $K = \{ w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ begint met een } a \}$ en $L = \{ w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ heeft even lengte} \}$.
De taal T is gelijk aan $\{ w \in \{a, b\}^* \mid \text{als } w \text{ met een } a \text{ begint, dan heeft } w \text{ even lengte} \}$.
Druk T uit in K en L , waarbij je alleen gebruik mag maken van de Boolese operaties vereniging, doorsnede en complement (\cup , \cap , c).
- 3) Construeer de waarheidstafel voor $((p \rightarrow q) \vee (\neg p \rightarrow r)) \wedge (q \vee r)$.
- 4) Hoeveel elementen heeft $\mathcal{P}(\{+, -\} \times \{1, 2, 3\} \times \{a, b\})$?
- 5) Voor deelverzamelingen A en B van \mathbb{N} geldt de relatie $A \diamond B$ als $A \cup B = \mathbb{N}$.
Onderzoek de eigenschappen reflexiviteit, symmetrie en transitiviteit voor \diamond .
- 6) Wat is $\{0, 1\}^*$?
Laat zien dat er een bijectieve functie tussen \mathbb{N} en $\{0, 1\}^*$ is.
- 7) Gegeven is de matrix

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & b & c & d \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Teken M als gerichte graaf, maar óók als pijldiagram.

- 8) Geef een gesloten formule (uitgedrukt in n) voor $\sum_{k=0}^n (3^k + (-1)^k)$.
Aanwijzing: gebruik een somformule voor reeksen. Bovendien lijkt het verstandig om even en oneven n apart te nemen.
Als de formule niet lukt, geef dan $\sum_{k=0}^n (3^k + (-1)^k)$ voor $n = 0, 1, 2, 3$.
- 9) Voor een ongerichte graaf met n knopen:
Geef drie eigenschappen, waarvan elk tweetal het begrip boom karakteriseert.
- 10) Laat \bullet een binaire operator zijn.
Geef de vijf mogelijke manieren om haakjes te zetten in $a \bullet b \bullet c \bullet d$.
Geef voor elke uitdrukking een bijpassende postorde notatie.