Tentamen StuVa (I&E) onderdeel FI **2 december 2013, 13.00–15.00 u.**

Dit tentamen bestaat uit tien opgaven die alle even zwaar tellen. *Geef steeds voldoende uitleg.* Succes!

1) Gegeven $A = \{1, 2, 3, \ldots, 10\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, \ldots, 19\}$, en $C = \{3, 6, 9, 12, \ldots, 18\}$.
Bepaal $A \oplus B \oplus C$. Is het nodig om hier haakjes te zetten?

2) Vereenvoudig $(A \cup B^c) \cup (B \cap A^c)$, gebruikmakend van rekenregels uit de verzamelingenalgebra. Benoem de gebruikte regels.

3) Gegeven is dat $\{\ \varnothing, \{\varnothing\}\ \} \subseteq \mathcal{P}(V)$ voor een verzameling V.
Welke elementen zitten dan zeker in V?

Idem, wanneer $\{\ \varnothing, \{\varnothing\}\ \} \in \mathcal{P}(V)$.

4) Gebruik een waarheidstafel om na te gaan of

$$(p \vee q) \wedge \neg r \ \Leftrightarrow\ \neg(q \to \neg r) \vee \neg r$$

5) Laat $X = \{0, 1, 2, 3\}$. Gegeven is de relatie $R \subseteq X \times X$ met $R = \{\ (0,3), (1,1), (2,1), (2,2)\ \}$.
Controleer of $R^{-1} \circ R \subseteq 1_X$, waarbij 1_X de identiteit op X is.

6) Als R en S twee relaties in $A \times B$ zijn, dan zijn ook $R \cup S$ en $R \cap S$ dat.
Als R en S transitief zijn, geldt dat dan ook voor $R \cup S$ en voor $R \cap S$?

7) Geef een gesloten formule (dwz. een uitdrukking in n) voor $\sum_{k=0}^{n} \big(\ (-2)^k + 2k\ \big)$.

8) Geef de niet-isomorfe samenhangende ongerichte grafen met vier knopen.

9) Als in een ongerichte graaf G elke knoop graad 2 of meer heeft, dan heeft G een cykel.
Bewijs dit.

10) In deze opgave zijn $\uparrow$ en $\downarrow$ binaire operaties (op gehele getallen).
Teken een boom bij de expressie $\downarrow \uparrow 2 \uparrow 4\ {-3} \downarrow 3\ 7$ in preorde notatie (Poolse notatie).