Tentamen StuVa (I&E) onderdeel FI **29 november 2011, 13.30–15.30 u.**

Dit tentamen bestaat uit tien opgaven die alle even zwaar tellen. *Geef steeds voldoende uitleg.* Succes!

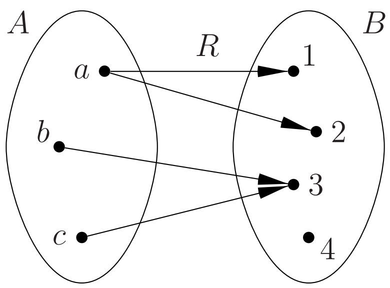
1) Vereenvoudig $(A \cup B^c) \cup (B \cap A^c)$, gebruikmakend van rekenregels uit de verzamelingenalgebra. Benoem de gebruikte regels.

2) Gegeven is dat $\{ \varnothing, \{\varnothing\} \} \subseteq \mathcal{P}(V)$ voor een verzameling V. Wat weten we dan van V? Idem, wanneer $\{ \varnothing, \{\varnothing\} \} \in \mathcal{P}(V)$.

3) De operatie % op $\mathbb{R}$ wordt gedefinieerd als het gemiddelde $x\%y = \frac{x+y}{2}$.
Is % associatief? Wat betekent $2\%4\%6$?

4) Als $R \subseteq A \times B$ dan definiëren we (net als bij functies) voor $X \subseteq A$ het beeld van X onder R als $R(X) = \{ y \in B \mid xRy \text{ voor een } x \in X \}$.

Kies nu $A = \{ a, b, c \}$ en $B = \{ 1, 2, 3, 4 \}$. De relatie $R \subseteq A \times B$ is gegeven door een pijldiagram.



Voor $X = \{ a, c \}$ bepaal $R(X)$ en $R^{-1}(R(X))$. Bepaal $R \circ R^{-1}$ (*relatie-volgorde*).

5) Als R en S twee relaties in $A \times B$ zijn, dan zijn ook $R \cup S$ en $R \cap S$ dat.
Als R en S transitief zijn, geldt dat dan ook voor $R \cup S$ en $R \cap S$?

6) Geef een functie $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ die niet de identiteit is, maar waarvoor $f \circ f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ wél de identiteit is.

7) Geef een gesloten formule (uitgedrukt in n) voor $\sum_{k=0}^{n} [\, (-2)^k + 2k \,]$.

8) Geef de niet-isomorfe samenhangende ongerichte grafen met vier knopen.

9) Beredeneer: als gerichte graaf G geen put heeft, dan heeft G een cykel.

10) In deze opgave zijn de bewerkingen $\oplus$ en $\ominus$ respectievelijk optellen en maximum nemen (op gehele getallen).
De expressie $\ominus \oplus 2 \oplus 4 \; {-3} \oplus 3 \; 7$ is in preorde notatie (Poolse notatie). Bereken de waarde.