Toets Fundamentele Informatica 1
donderdag 25 oktober 2018, 9.00 – 11.00 uur

Geef bij elke opgave een *duidelijke uitleg/toelichting.* Veel succes!

1) (a) Laat met behulp van Venn-diagrammen zien dat

$$(A \cup (A \cup B)^c)^c = B \cap A^c$$

Teken ten minste twee Venn-diagrammen voor het afleiden van het linkerlid van de gelijkheid en ten minste één voor het rechterlid.

(b) Gebruik nu de axioma's/regels van de verzamelingenalgebra om bovenstaande gelijkheid te bewijzen: Pas één axioma tegelijk toe en benoem de gebruikte regels.

2) Laten A en B twee verzamelingen zijn.

Bewijs dat geldt: $A = A \cup B \iff B \subseteq A$.
Doe dit door inclusies te bewijzen, dus zonder Venn-diagram.

3) Gegeven is de verzameling $V = \{ 1, \{ 1 \}, \{ 1, \{ 1 \} \} \}$.

(a) Bepaal het Cartesisch product $V \times V$.

(b) Bepaal $\mathcal{P}(V)$ en $\mathcal{P}(V) \cap V$

4) $R = \{ (1,3), (1,4), (2,1), (3,2), (3,4), (4,4) \}$ is een relatie in $\{ 1,2,3,4 \}$.

(a) Teken de gerichte graaf corresponderend met R. Is deze sterk samenhangend?

(b) Geef de gerichte graaf en bijbehorende matrix, corresponderend met $R^2 = R \circ R$.

5) De relatie S in $\{ 1,2,3,4,5,6 \}$ is gedefinieerd als: xSy als $x^2 \geq y$.

Ga na of S (i) reflexief, (ii) symmetrisch, (iii) transitief is.

6) De samenstelling van functies is in het algemeen niet commutatief, dat wil zeggen dat niet altijd geldt dat $g \circ f = f \circ g$.

Geef een voorbeeld van twee bijectieve functies $f : X \to X$ en $g : X \to X$, met X een eindige verzameling, waarvoor $g \circ f \neq f \circ g$. Geef f en g door het tekenen van pijldiagrammen.

z.o.z.

7) Laat $\mathcal{G} = (V, E)$ een (ongerichte) graaf zijn met $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Verder is gegeven dat knoop i graad i heeft voor $i = 1, 2, 3, 4, 5$.

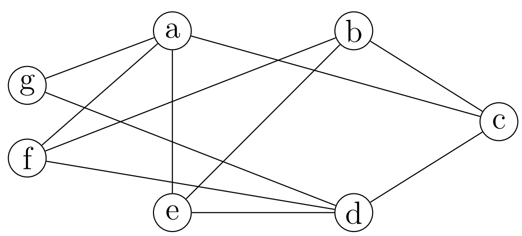
(a) Leg uit, zonder de graaf te (proberen te) tekenen, waarom knoop 6 oneven graad moet hebben.

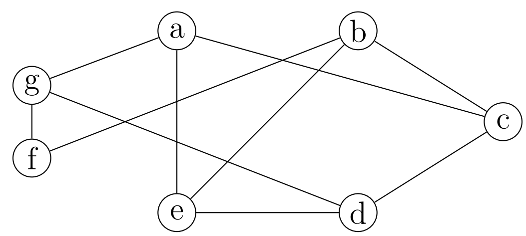
(b) Leid uit de gegevens af hoe $\mathcal{G}$ eruitziet en teken deze. Licht toe hoe je aan je antwoord komt.

8) Gegeven een samenhangende (ongerichte) graaf $\mathcal{G} = (V, E)$.

(a) Bewijs: als $\mathcal{G}$ bipartiet is, dan heeft $\mathcal{G}$ geen cykels met oneven lengte.

(b) Zijn onderstaande grafen bipartiet? Zo ja, geef een opsplitsing van de knopen die dit aantoont. Zo nee, geef duidelijk aan waarom niet.





Punten: 1: 10; 2: 5; 3: 7; 4: 5; 5: 5; 6: 5; 7: 6; 8: 7
Totaal: 50