

Tentamen FI1, maart 2018, opgave 7

Gegeven is de taal $K =$

$$\{ w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ bevat een even aantal } a\text{'s en elke } a \text{ wordt gevolgd door een } b \}$$

Voorbeelden: $\lambda \in K$, $bbbbbb \in K$, $abbabbbb \in K$, $bababaab \notin K$, $babbabbbab \notin K$.

- a. Geef een deterministische eindige automaat voor K .

Deze is op college (11 december) gemaakt.

- b. Toon aan dat de taal K regulier is door deze uit te drukken in eindige talen met behulp van de operaties vereniging, concatenatie en ster.

Woorden uit K kunnen bestaan uit alleen b 's, of ook a 's bevatten. In dat laatste geval moet elke a door een b gevolgd worden, dus zie je altijd de combinatie ab . Bovendien moet deze combinatie een even aantal keer voorkomen. Let erop dat λ ook in K zit. Voor de hand ligt dan:

$$K = \{b\}^* \cup \{ \{b\}^* \cdot \{ab\} \cdot \{b\}^* \cdot \{ab\} \cdot \{b\}^* \}^*$$

Dit is ook min of meer af te lezen uit de eindige automaat die je in **a.** hebt gemaakt. In de andere notatie (reguliere expressie) wordt dit: $b^* + (b^*(ab)b^*(ab)b^*)^*$

Andere oplossing:

$$K = \{b\}^* \cdot \{ \{ab\} \cdot \{b\}^* \cdot \{ab\} \cdot \{b\}^* \}^*$$

En als regulier expressie: $b^*((ab)b^*(ab)b^*)^*$

- c. De reguliere taal L is als volgt gedefinieerd:

$$L = \{a, b\} \cdot \{a\} \cdot \{a, b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{a, b\} \cup \{a, b\} \cdot \{b\} \cdot \{a, b\}^* \cdot \{b\} \cdot \{a, b\}$$

Beschrijf L in woorden, analoog aan de manier waarop de taal K gedefinieerd is.

Voor woorden uit L geldt blijkbaar dat de eerste letter en de laatste letter er niet toe doen, maar als de tweede een a is, is de een-na-laatste letter dat ook. En hetzelfde voor b . Kortom: de tweede letter is gelijk aan de een-na-laatste letter en de rest doet er niet toe. Merk op dat het aantal letters van het woord ≥ 4 moet zijn: aan het begin van een woord staan verplicht twee letters, en aan het eind ook. Bijvoorbeeld abb zit niet in L , maar $abbb$ wel. Dus:

$$L = \{ w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ bestaat uit ten minste 4 letters en} \\ \text{de tweede letter is gelijk aan de een-na-laatste letter} \}$$