

- 3) a. Bewijs dat $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ door twee inclusies aan te tonen.
 b. Bewijs dat $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ door twee inclusies aan te tonen.
 c. Prove Theorem 1.4: The following are equivalent: $A \subseteq B$, $A \cap B = A$, and $A \cup B = B$.
Sch:1.8

Uitwerking a. en b.

Een uitgebreide uitwerking van **c.** is te vinden in de reguliere uitwerkingen op de website.

- a. Aan te tonen: als $x \in A \cap (B \cup C)$ dan $x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$ en omgekeerd¹. In dit geval kunnen we dit samen nemen, aangezien elke stap in het bewijs een “dan en slechts dan”-bewering is. De tweede \iff is de belangrijkste denkstap.

$$\begin{aligned} x \in A \cap (B \cup C) &\iff x \in A \text{ en } (x \in B \text{ of } x \in C) \iff \\ x \in A \text{ en } x \in B &\text{ of } x \in A \text{ en } x \in C \iff \\ x \in A \cap B &\text{ of } x \in A \cap C \iff x \in (A \cap B) \cup (A \cap C). \end{aligned}$$

- b. Aan te tonen: als $x \in (A \cup B)^c$ dan $x \in A^c \cap B^c$ en omgekeerd. Net als bij **a.** kan dit direct via \iff . De tweede \iff is de belangrijkste denkstap.

$$x \in (A \cup B)^c \iff x \notin A \cup B \iff x \notin A \text{ en } x \notin B \iff x \in A^c \text{ en } x \in B^c \iff x \in (A^c \cap B^c).$$

¹dus: als $x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$ dan $x \in A \cap (B \cup C)$.