

19 $\frac{1}{2}$) Zij $R \subseteq A \times B$ een relatie van A naar B . Dan is $R^{-1} \circ R$ een relatie in B .
Toon aan dat $R^{-1} \circ R$ symmetrisch is.

Uitwerking

We moeten laten zien dat als $(x, y) \in R^{-1} \circ R$, dan ook $(y, x) \in R^{-1} \circ R$.

Bewijs: stel $(x, y) \in R^{-1} \circ R$, dan (volgens de definitie van \circ , dus samenstelling van relaties) is er een $z \in A$ zodanig dat $(x, z) \in R^{-1}$ en $(z, y) \in R$. Dat betekent (definitie van R^{-1}) dat $(z, x) \in R$ en $(y, z) \in R^{-1}$. We hebben nu dus: $(y, z) \in R^{-1}$ en $(z, x) \in R$ voor een of andere $z \in A \implies (y, x) \in R^{-1} \circ R$. QED