

- 1) a. Geef een inductieve definitie van  $V = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, \dots\}$ .  
 b. Als a., maar nu voor  $V = \{0, 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, \dots\}$ .
- 2) De taal  $L$  over  $\{a, b\}$  wordt als volgt inductief gedefinieerd:  
 (i)  $\lambda \in L$   
 (ii) als  $x \in L$  dan  $ax \in L$  en  $axb \in L$   
 (iii)  $L$  bevat geen andere strings dan die door toepassing van (i) en (ii) kunnen worden verkregen  
 a. Geef alle woorden uit  $L$  met lengte  $\leq 5$ .  
 b. Geef een algemene beschrijving van de taal  $L$ . Hoe zien de woorden uit  $L$  eruit?
- 3) a. Geef een recursieve definitie van de functie  $f(n) = 2^n$  met  $n \geq 0$ .  
 b. Idem, maar nu voor  $g(n) = 2n + 1$  met  $n \geq 1$ .  
 c. Idem, maar nu voor  $h(n) = \sum_{i=1}^n i(i+1)$ .
- 4) *Toets oktober 2017*  
 Bewijs:  $1 + \sum_{i=1}^n (i \cdot i!) = (n+1)!$  voor alle natuurlijke getallen  $n \geq 1$ .
- 5) *Tentamen maart 2015*  
 We definiëren de rij  $a_n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) door middel van de recurrentie  $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$ , met beginwaarden  $a_0 = 2$  en  $a_1 = 1$ .  
 Bewijs met inductie dat  $a_n = (-1)^n + 2^n$ .
- 6) *Tentamen maart 2017*  
 De taal  $L \subseteq \{a, b\}^*$  wordt door de volgende regels inductief gedefinieerd:  
 (i)  $a \in L$   
 (ii) als  $x$  en  $y$  strings in  $L$  zijn dan ook  $bxy$  in  $L$   
 (iii)  $L$  bevat geen andere woorden  
 Bewijs met inductie dat voor elke  $z \in L$  geldt dat  $\#_a(z) = \#_b(z) + 1$ .  
 Hierbij zijn  $\#_a(z)$  en  $\#_b(z)$  de aantallen letters  $a$  en  $b$  in  $z$ , bijvoorbeeld  $\#_a(\text{abbaabbabb}) = 4$  en  $\#_b(aa) = 0$ .
- 7) *Toets oktober 2015*  
 Bewijs met behulp van volledige inductie dat voor alle  $n \geq 1$  het aantal lijnen  $\ell(n)$  in de complete [=volledige] graaf  $K_n$  gelijk is aan  $\frac{n(n-1)}{2}$ .  
 Dus, geef de basisstap, formuleer de inductiehypothese, en bewijs de inductiestap.