

Tweede huiswerkgave Complexiteit 2019
Inleveren: dinsdag 2 april 2019
Geprinte versie → kamer 159 of (werk)college
Maak de uitwerking in \LaTeX !

Geef een *duidelijke toelichting/uitleg* bij al je antwoorden!

Gegeven is een array A dat n verschillende getallen bevat, met $n > 0$ en n een drievoud. We kunnen de grootste, op een na grootste en op twee na grootste waarde van dit array bepalen door van links naar rechts door het array te lopen en steeds groepjes van drie te bekijken. Dit leidt tot een algoritme dat (in de worst case) $2n - 3$ vergelijkingen doet.

a. (10 punten)

Geef een algoritme in pseudocode dat de grootste, de op een na grootste en de op twee na grootste waarde uit het array A oplevert op de hierboven aangegeven manier.

b. (10 punten)

Laat zien dat het algoritme uit **a** inderdaad $2n - 3$ vergelijkingen doet in het slechtste geval. Geef een duidelijke berekening.

c. (5 punten)

Bekijk het volgende *recursieve* algoritme dat het array oplopend sorteert. Bepaal (als boven) eerst de drie grootste waarden en zet die meteen op hun goede plaats door ze te verwisselen met de laatste drie array-elementen. Sorteert dan de rest van het array op dezelfde manier (*recursief*). Noem het aantal arrayvergelijkingen dat dit algoritme doet in de worst case $W(n)$. Leg duidelijk uit waarom $W(n)$ voldoet aan de volgende recurrente betrekking:

$$W(n) = \begin{cases} 0 & n = 0 \\ W(n - 3) + 2n - 3 & n \geq 3, n \text{ drievoud} \end{cases}$$

d. (20 punten)

Los de recurrente betrekking uit **c** op door deze herhaald in zichzelf in te vullen en bewijs met behulp van volledige inductie dat de aldus gevonden oplossing (uitgedrukt in n) inderdaad voldoet.

e. (10 punten)

Bij dit onderdeel nemen we aan dat het array *aflopend gesorteerd* is.

- Hoeveel inversies heeft het aflopend gesorteerde array?
- Met behulp van het algoritme uit **a** bepalen we de grootste, een na grootste en twee na grootste waarde en zetten die een voor een op de juiste plaats door ze te verwisselen met de achterste drie array-elementen. Hoeveel inversies worden hierdoor in totaal opgeheven? Geef hiertoe van elk van de drie achtereenvolgende verwisselingen aan hoeveel inversies die verwisseling opheft.